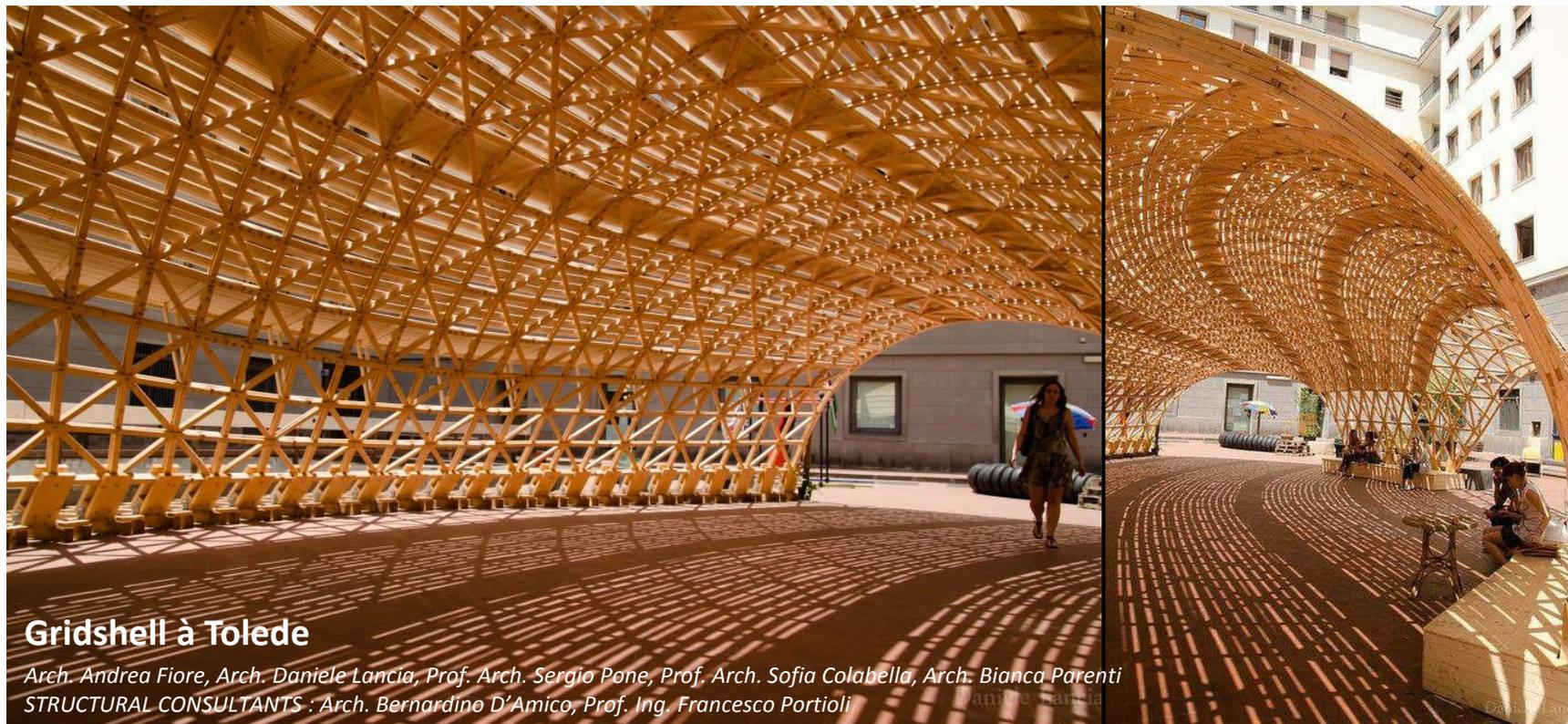


ÉCOLE
NATIONALE
SUPÉRIEURE
D'ARCHITECTURE
DE
PARIS LA VILLETTE

CYCLE MASTER S7/S8 – CT SCULPTURE TECTONIQUE



SCULPTURE TECTONIQUE – COURS SPÉCIAL 01 : Les Gridshells post-formées en bois
FORM FINDING et dimensionnement

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Sources bibliographiques

- 1. Cours 50'**
 - a. Définition**
 - b. Form Finding**
 - c. Dimensionnement**
 - d. Montage**

- 2. Discussion 10'**

- [01] - Thinkshell - Building Freeform - Construction d'une Gridshell en Bois – ENPC (O. Baverel)
- [02] - Shell Structures for Architecture - S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal, C. Williams
- [03] - Etude de structures élancées précontraintes en matériaux composites, application à la conception des gridshells - C. Douthe
- [04] - Timber Gridshells: Design methods and their application to a temporary pavilion - WTCE 2017 - D. Naicu, R. Harris, C. Williams
- [05] - Timber gridshells: Numerical simulation, design and construction of a full scale structure - B. D'Amico, A. Kermani, H. Zhang, A. Pugnale, S. Colabella, S. Pone
- [06] - Simulation numérique du comportement mécanique non linéaire de gridshells composés de poutres élancées en matériaux composites et de sections quelconques - Frédéric TAYEB
- [07] - Form-finding of a grid shell in composite materials - C. Douthe, O. Baverel, J.-F. Caron
- [08] - Free Form Finding of Grid Shell Structures - Yang Jiang
- [09] - Structural design and analysis of elastically bent gridshells - Emil Poulsen
- [10] - Optimisation structurelle des gridshells - Lina Bouhaya
- [11] - La Structure – Collection Construire l'Architecture – M. Leyral – à paraître Editions de la Vilette
- [12] - MANNHEIM MULTIHALLE - <http://shells.princeton.edu/Mann1.html>

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Les Gridshells



Une *Gridshell* est donc une **coque discontinue** (\neq membranes) discrétisée via une **grille** d'éléments.

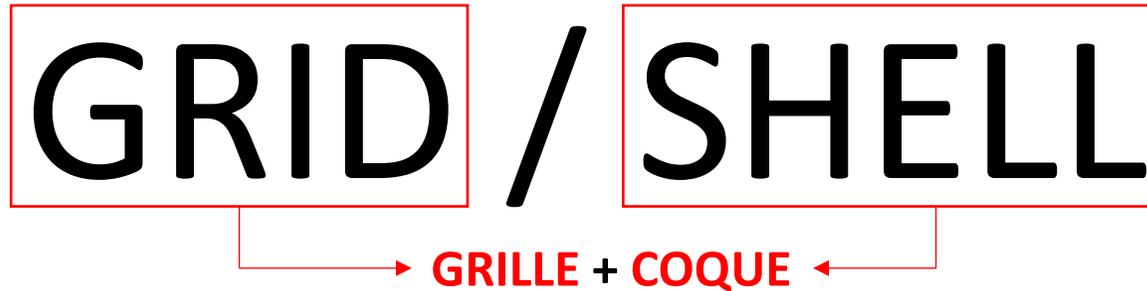
Cette grille peut être constituée de **n'importe quels matériaux**.

La **résistance de forme** des *gridshells* est assurée par leur **double courbure**.

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

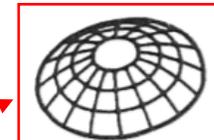
1a. DÉFINITION

Les Gridshells

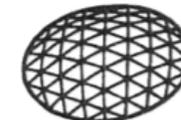


Selon la classification proposée par Schlaich :
Gridshell = *structure en compression à double courbure discrétisée par une grille de parallélogrammes (= non triangulée).*

Structures en compression



Gridshell

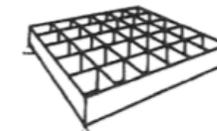


Dôme

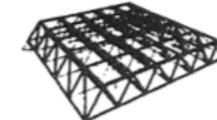


Coque

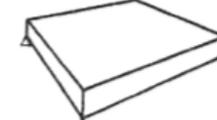
Structures en flexion



Grille de poutres



Treillis spatial



Dalle

Structures en tension



Réseau de câbles



Réseau de câbles (3 couches)



Membrane

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

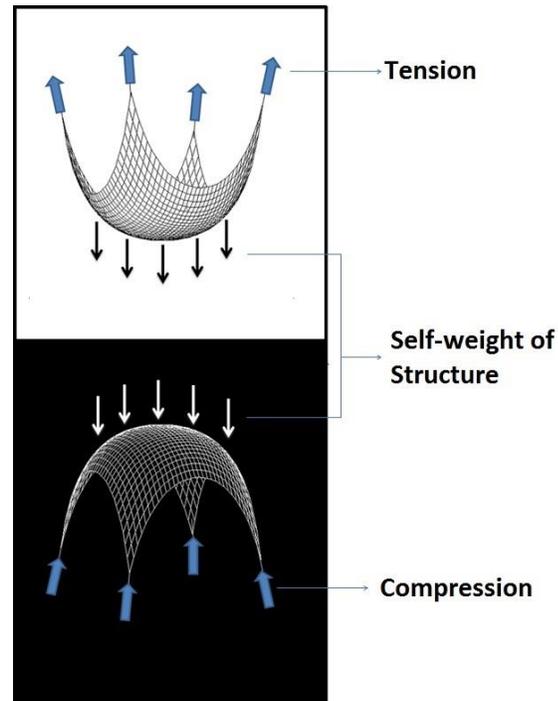
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Les Gridshells funiculaires

Ce premier type de *gridshells* est composée de grilles fonctionnant purement en traction (modèle suspendu) ou en uniquement en compression (modèle inversé).

La méthode la plus connue pour leur recherche de forme (*form finding*) est le **modèle funiculaire**. L'acier se prête très bien à ce type de gridshell.



ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

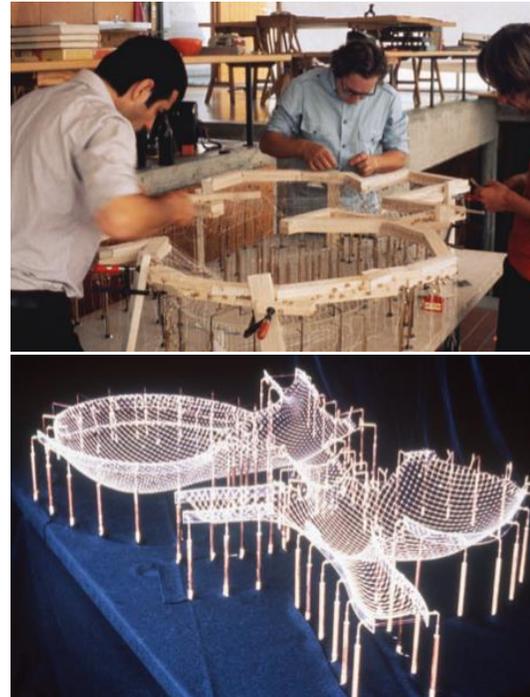
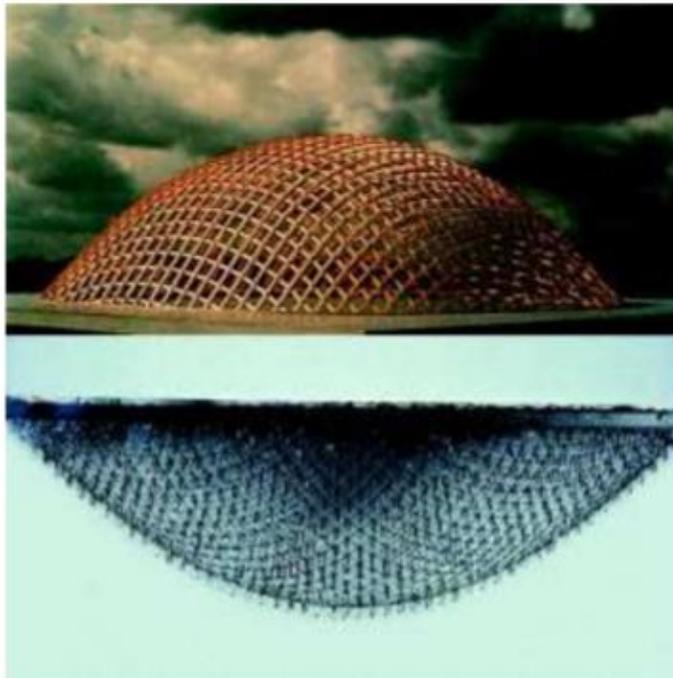
1a. DÉFINITION

Les Gridshells post-formées par flexion active

La méthode du funiculaire a d'ailleurs été celle employée par Frei Otto pour la première maquette de la Multihalle de Mannheim.

Cependant, dans une maquette funiculaire, l'hypothèse est que les membrures ne fonctionnent qu'en **compression pure** (en traction pour la maquette suspendue).

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'



Gauche : Modèle suspendu du gridshell de Deubau et celui construit à Essen

Droite : MANNHEIM MULTIHALLE, Mannheim, Germany, 1974, Span: 60m x 60m - Frei Otto and Architects Carlfried Mutschler and Winfried Langner

- 1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
- 2. Discussion 10'

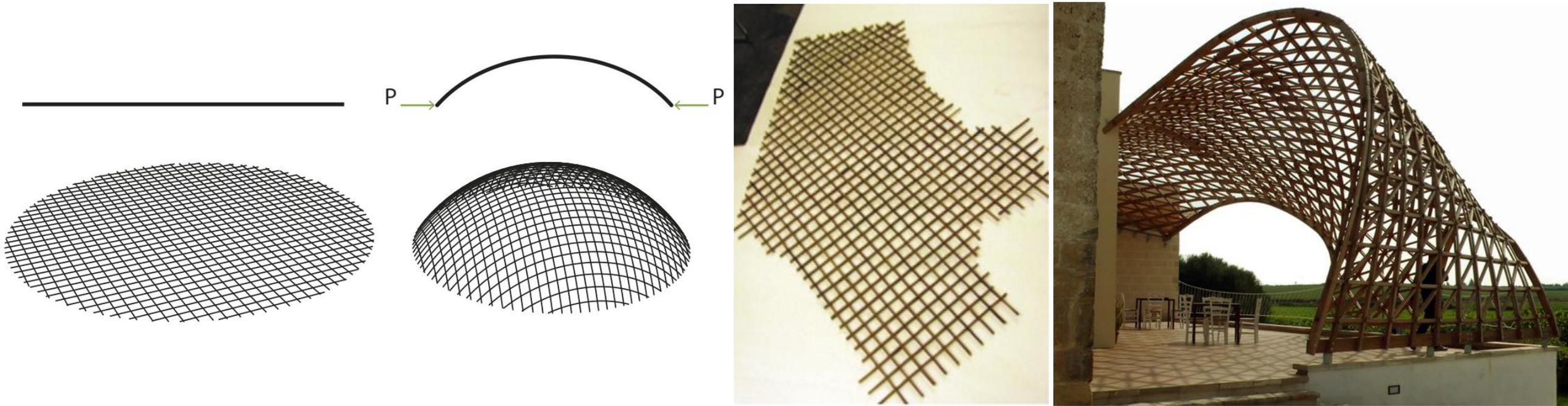
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Les Gridshells post-formées par flexion active

Or, lors que les éléments sont **courbés par flexion (active bending)**, ce qui est souvent le cas avec le **bois**, un **effort de flexion** intervient dans ceux-ci. La modèle funiculaire n'est donc plus valide.

On qualifie de post-formées (**postformed gridshells**) les gridshells, généralement en bois, **construites à plat** puis levées pour être mise en forme. Les membrures sont donc en flexion.



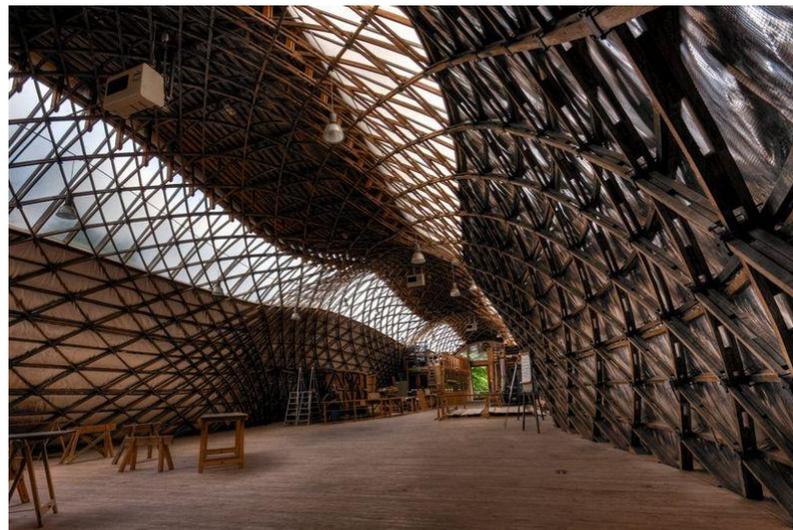
Trio gridshell in Lecce, Italy 2010 (CMMKM Architetturae Design): (left) Scale model of the flat grid; (right) post-formed grid with diagonal bracing.

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Les Gridshells post-formées

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'



Weald and Downland Gridshell (2002), Buro Happold and Edward Cullinan Architects

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

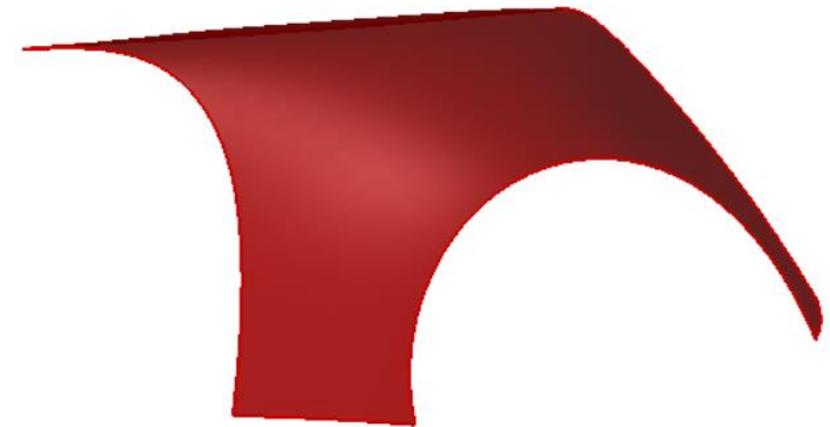
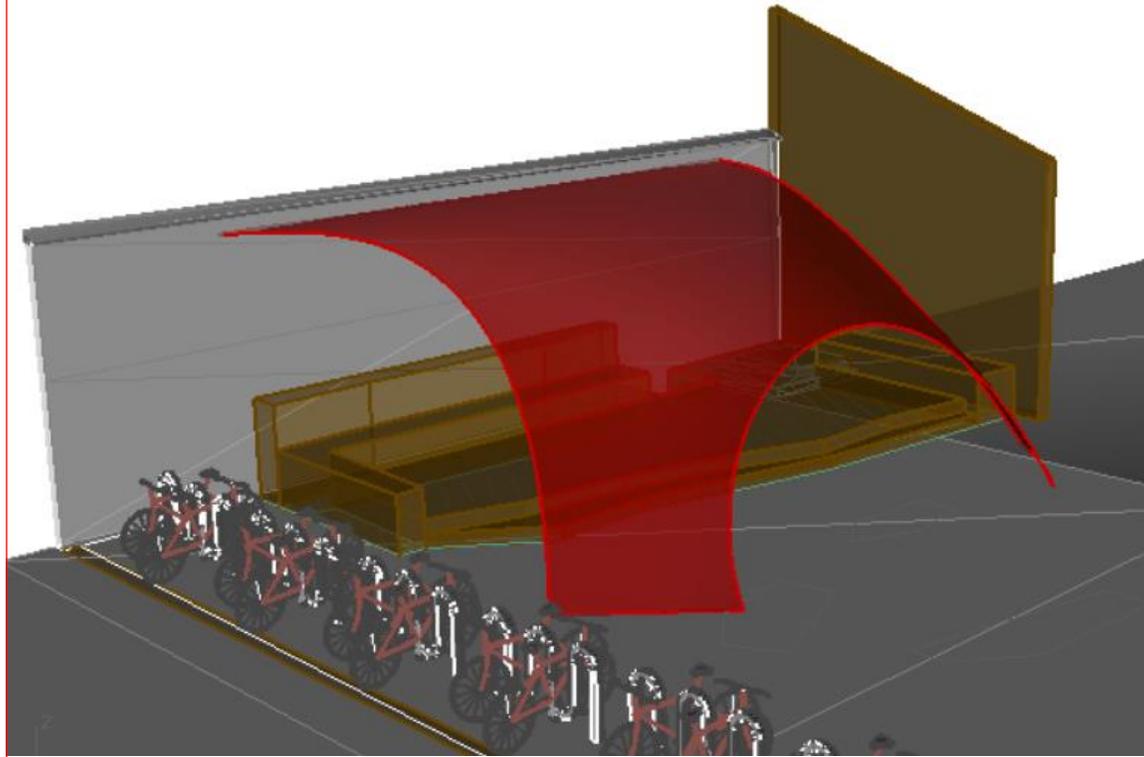
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 1 : *Préparer la surface de base*



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

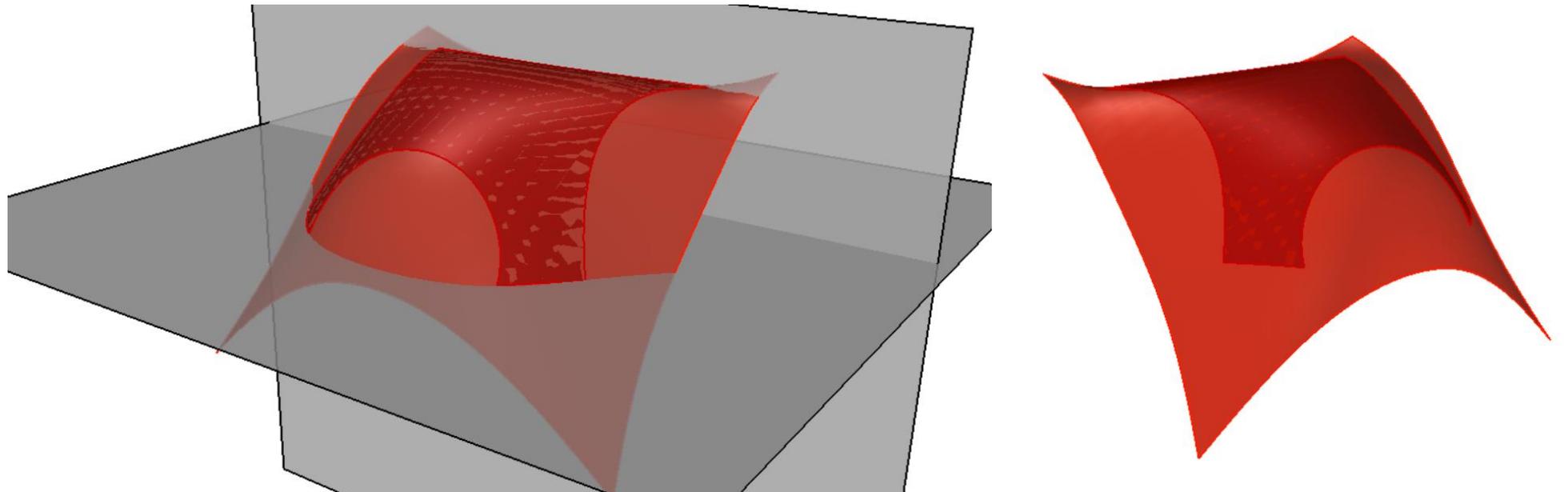
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 2 : *Poursuivre les génératrice et la surface sous le plan de coupe : cela permettra de faire « déborder » le maillage et de le couper proprement aux bords.*



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

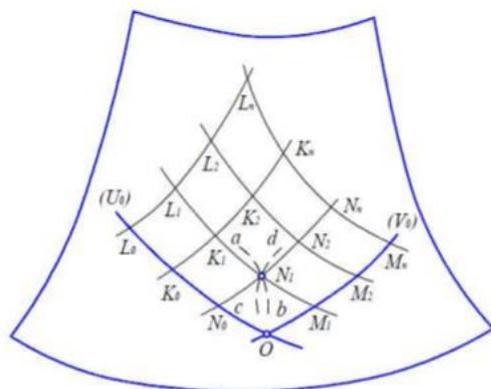
1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

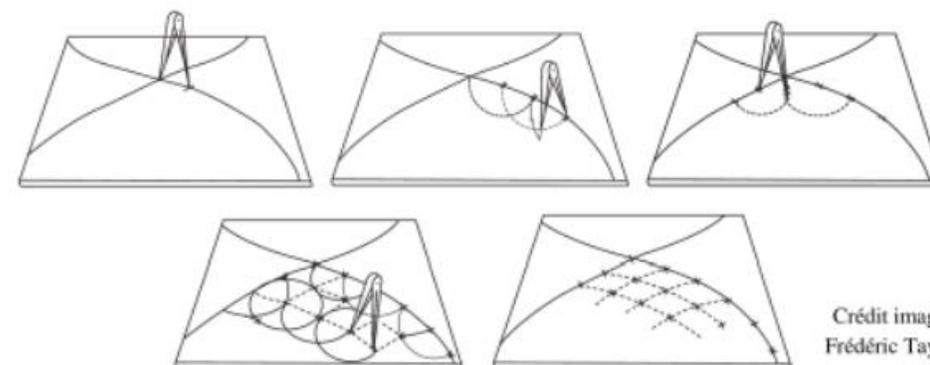
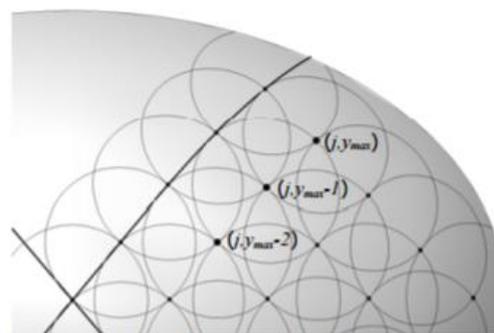
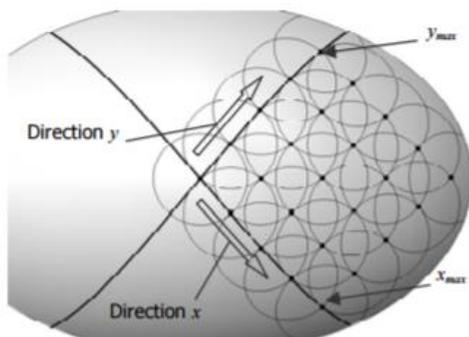
Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 3 : Appliquer la méthode des compas (utilisée par Frei Otto) afin de dessiner un maillage de parallélogrammes de côtés de même longueur (**réseau de Tchebychev**) sur la surface

1. Dessiner deux courbes quelconques qui s'intersectent une et une seule fois sur la surface.
2. Le point d'intersection des deux courbes définit le premier nœud du maillage.
3. Choisir un pas de maillage et procéder comme avec un compas pour trouver de proche en proche sur les deux courbes d'autres nœuds du maillage.
4. On peut alors obtenir les autres points du maillage.



réseau de Tchebychev



Crédit image :
Frédéric Tayeb

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

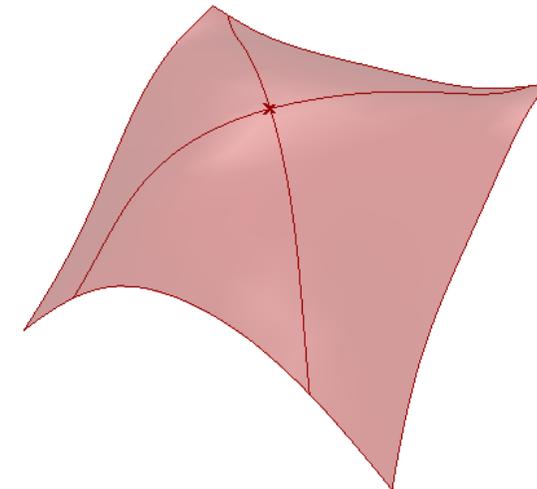
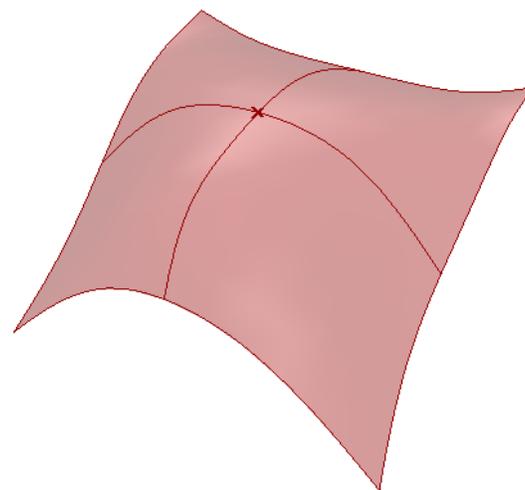
1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 3 : Appliquer la méthode des compas (utilisée par Frei Otto) afin de dessiner un maillage de parallélogrammes de côtés de même longueur (**réseau de Tchebychev**) sur la surface

1. Dessiner deux courbes quelconques qui s'intersectent une et une seule fois sur la surface : **le choix des courbes est important, il donnera le sens général du maillage**. Nous donnerons l'exemple de deux maillages différents.
2. Le point d'intersection des deux courbes définit le premier nœud du maillage.



ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1a. DÉFINITION

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

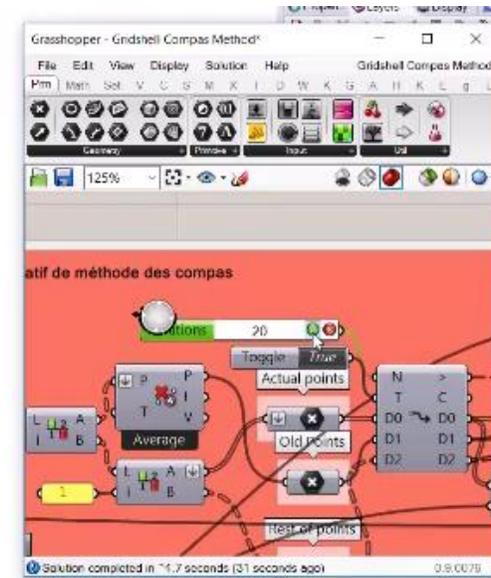
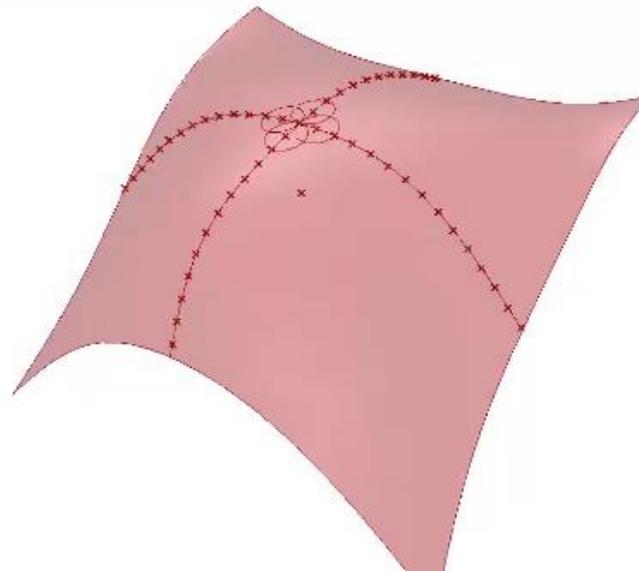
Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

Étape 3 : Appliquer la méthode des compas (utilisée par Frei Otto) afin de dessiner un maillage de parallélogrammes de côtés de même longueur (réseau de Tchebychev) sur la surface

3. Procéder comme avec un compas pour trouver de proche en proche sur les deux courbes d'autres nœuds du maillage.

4. On peut alors obtenir les autres points du maillage.



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

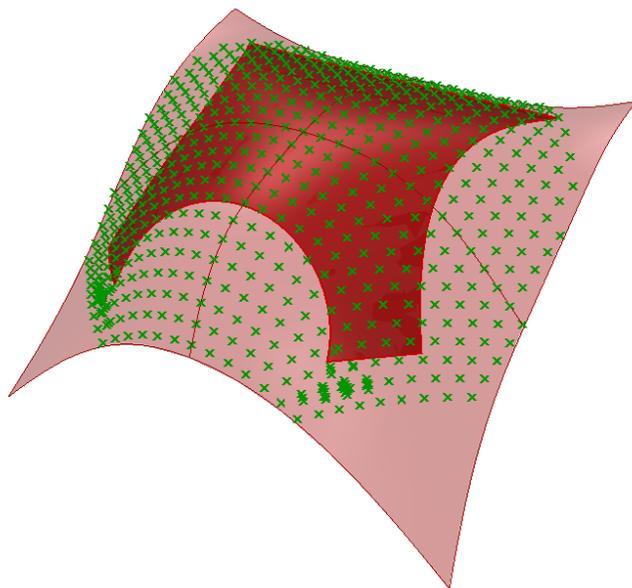
1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

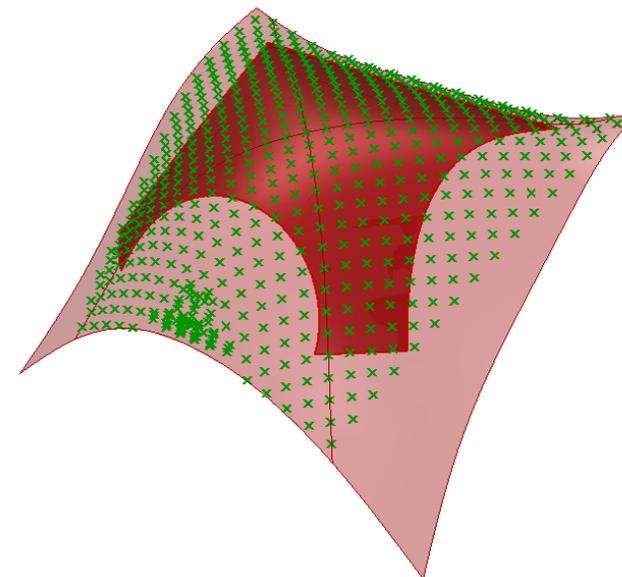
Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 3 : Appliquer la méthode des compas (utilisée par Frei Otto) afin de dessiner un maillage de parallélogrammes de côtés de même longueur (**réseau de Tchebychev**) sur la surface

3. Procéder comme avec un compas pour trouver de proche en proche sur les deux courbes d'autres nœuds du maillage.



4. On peut alors obtenir les autres points du maillage.



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1b. FORM FINDING

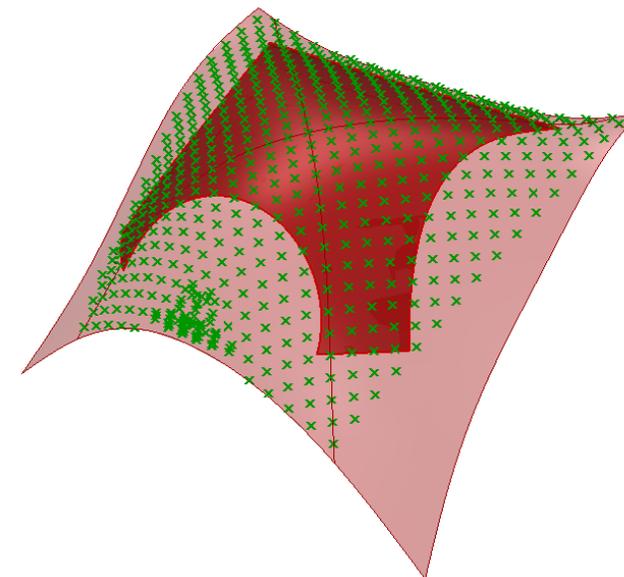
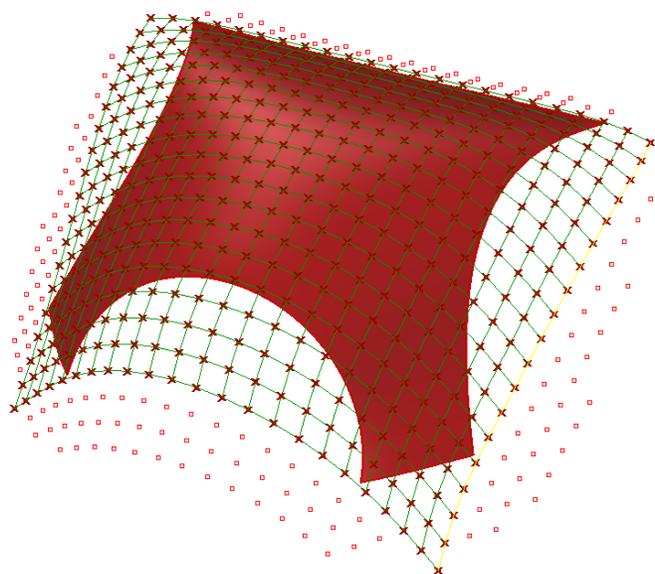
Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 3 : Appliquer la méthode des compas (utilisée par Frei Otto) afin de dessiner un maillage de parallélogrammes de côtés de même longueur (**réseau de Tchebychev**) sur la surface

3. Procéder comme avec un compas pour trouver de proche en proche sur les deux courbes d'autres nœuds du maillage.

4. On peut alors obtenir les autres points du maillage.



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

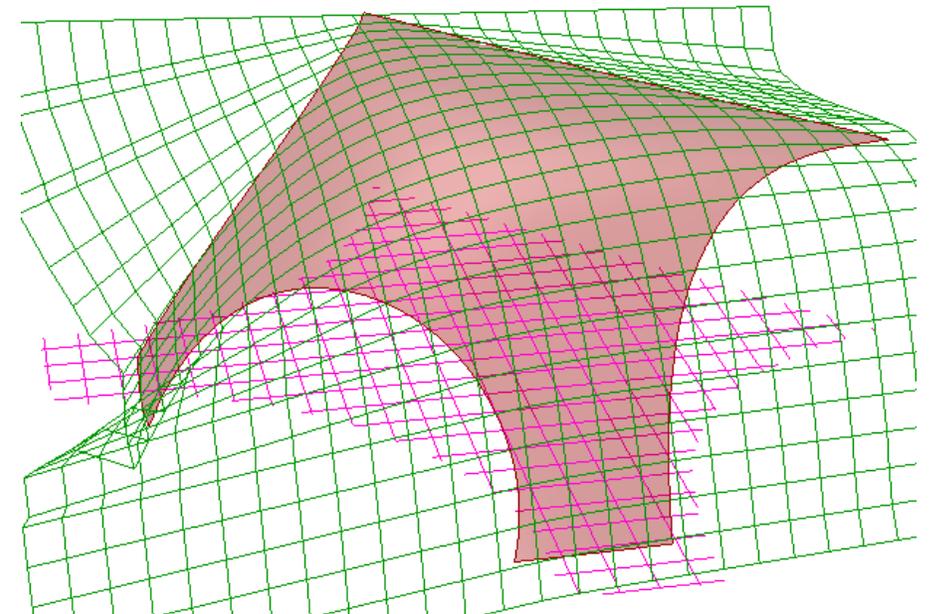
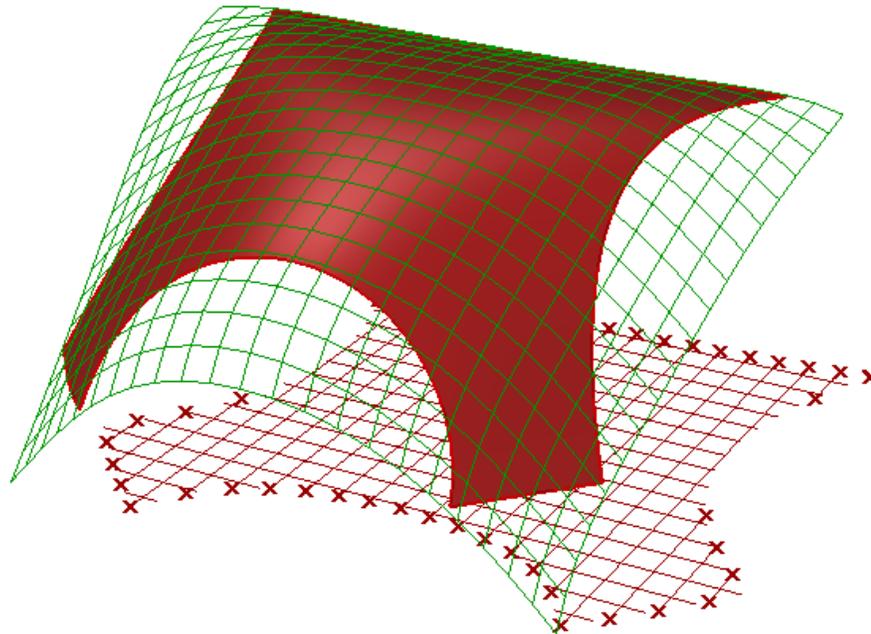
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 4 : Dérouler la grille obtenue à plat



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

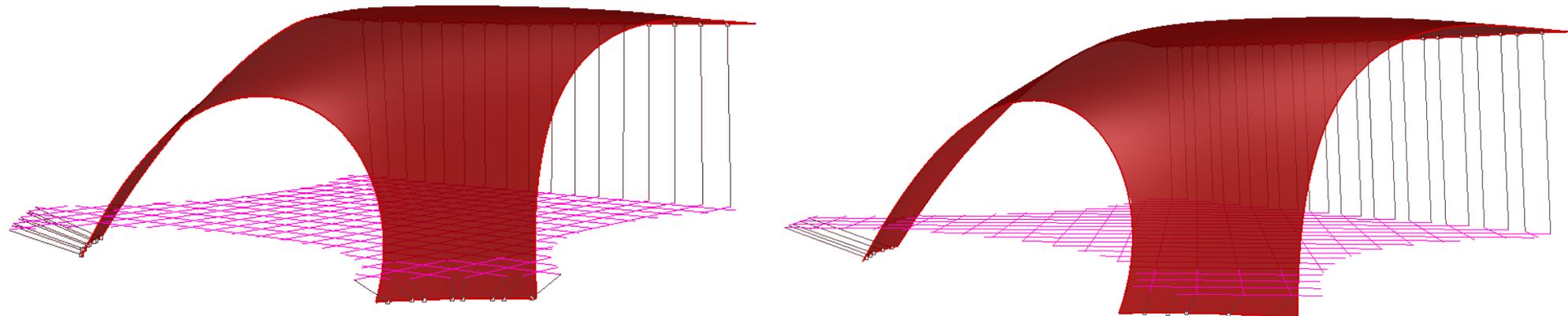
1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 5 : *algorithme de form finding par relaxation dynamique pour trouver la forme réelle*

DEFINITION DES LIGNES DE POUSSEES



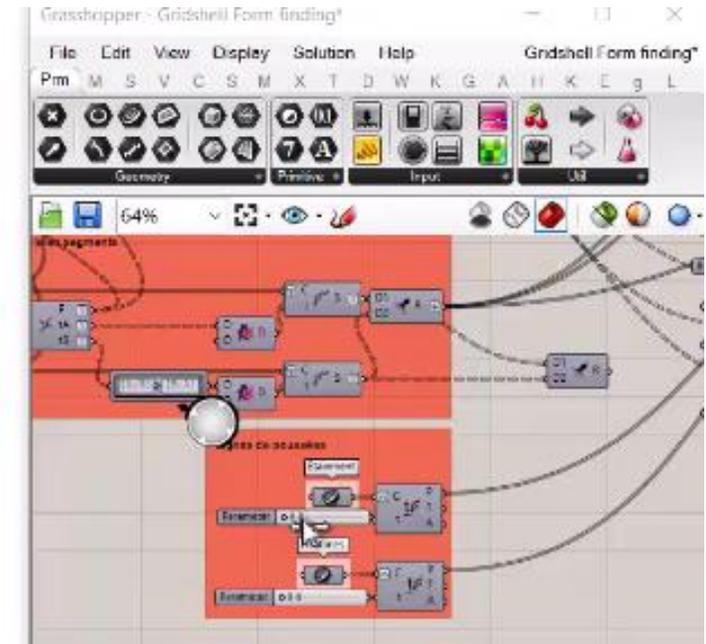
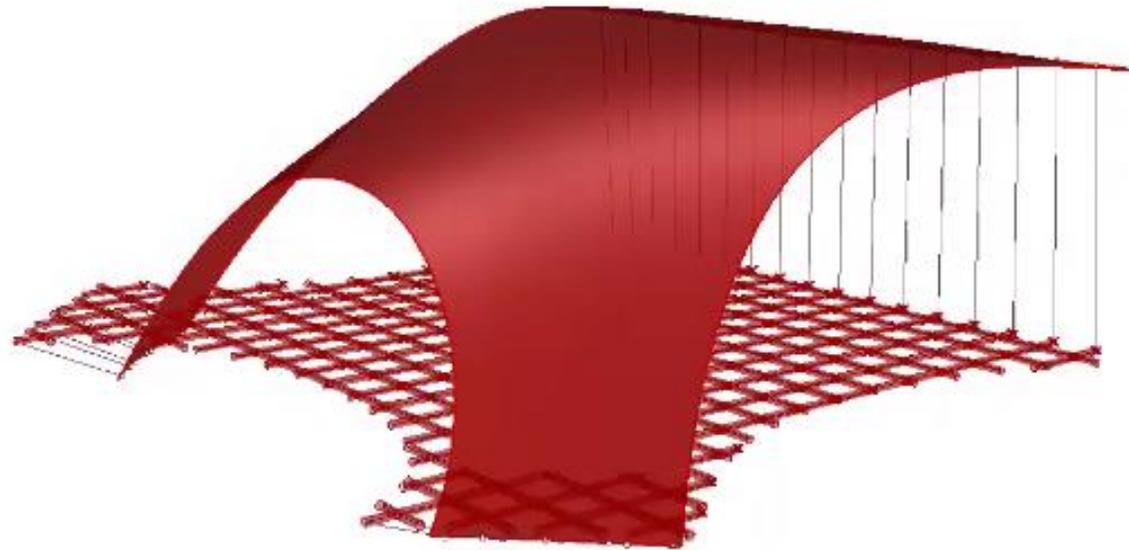
ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 5 : *algorithme de form finding par relaxation dynamique pour trouver la forme réelle*



ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

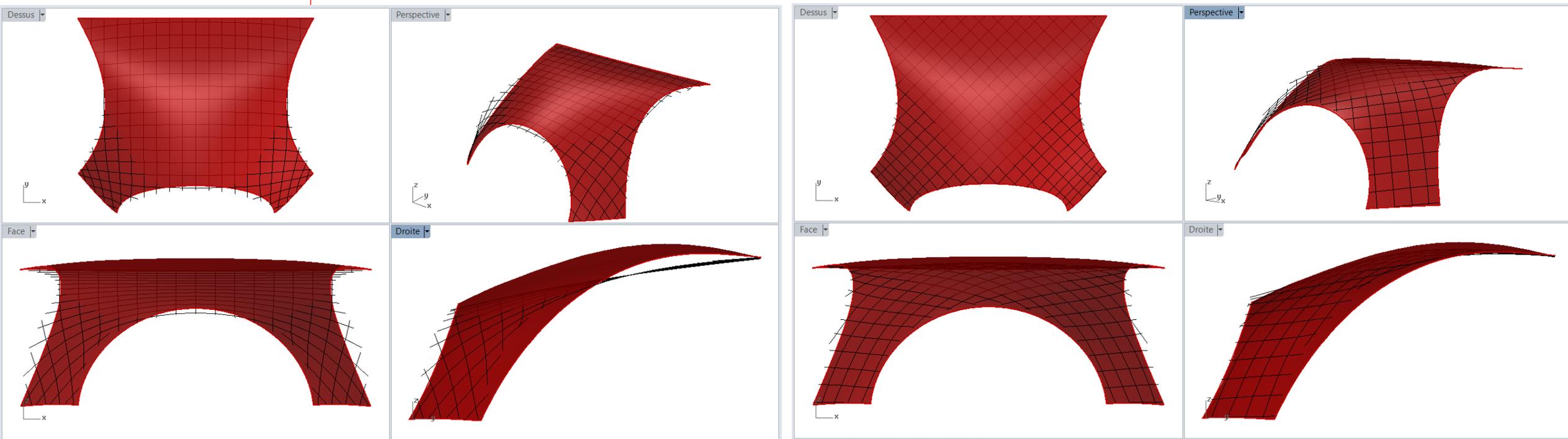
1b. FORM FINDING

Form finding : description d'une méthode (parmi bien d'autres...)

Méthode : Partir de la **forme désirée**, dessiner un **premier réseau régulier** dessus, **dérouler** la grille obtenue, utiliser enfin un **algorithme de relaxation dynamique** pour vérifier la **forme réelle**.

Étape 5 : *algorithme de form finding par relaxation dynamique pour trouver la forme réelle*

La forme finale réelle, est différente de celle initiale, « voulue »



1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1c. DIMENSIONNEMENT

Méthode de dimensionnement

Le dimensionnement précis prend en compte de nombreux facteurs :

- L'effort normal dans les lattes
- L'effort tranchant
- Le moment dû à la flexion

Il est en général admis que le moment est assez largement dimensionnant.

Nous allons donc réaliser un **prédimensionnement très simplifié** sur la base du seul **moment de flexion**.

Des **test physiques** devront donc être effectués pour vérifier ces résultats préliminaires.

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

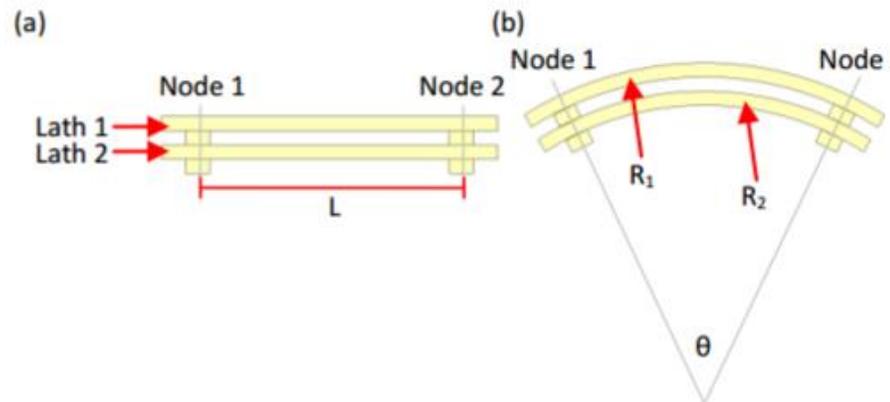
1c. DIMENSIONNEMENT

Calcul du moment en fonction de la courbure

La première chose à faire pour dimensionner la gridshell est de **calculer le moment** induit la mise en flexion. Moment et **courbure** sont liés par l'équation :

$$M = \frac{EI}{R}$$

Le rayon de courbure est égale à $R = L/\theta$ suivant la notation de la figure ci-dessous



Nous utilisons Grasshopper pour trouver directement la courbure maximale (= rayon de courbure minimal) de la gridshell :

$$R_{\min,a} = 3,08 \text{ m} \quad / \quad R_{\min,b} = 2,05 \text{ m}$$

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1c. DIMENSIONNEMENT

Calcul du moment en fonction de la courbure

La première chose à faire pour dimensionner la gridshell est de **calculer le moment** induit la mise en flexion. Moment et **courbure** sont liés par l'équation :

$$M = \frac{EI}{R} \quad \text{Avec } R_{\min} = 3,08 \text{ m et } E = 12\,000 \text{ MPa (bois)}$$

Pour calculer l'inertie, cela dépend du type de gridshell :

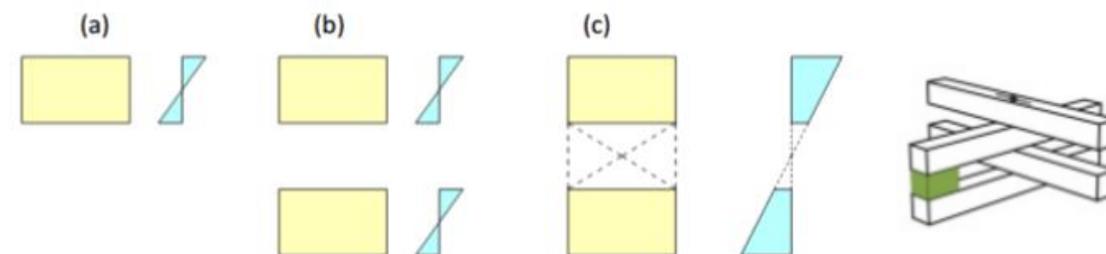
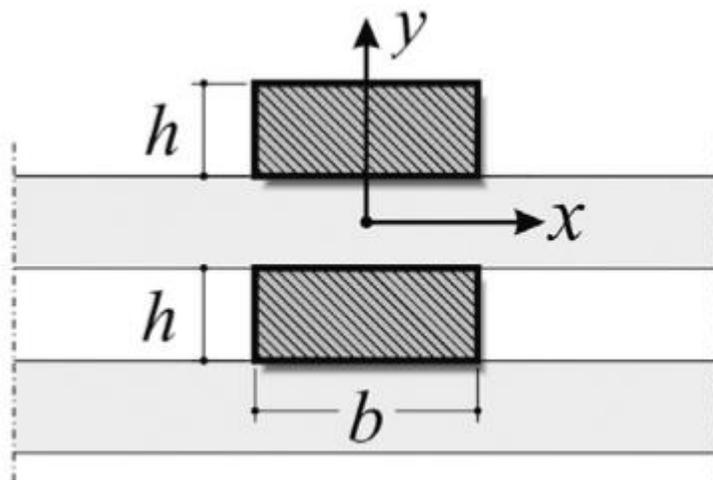


Figure 3: Qualitative allowable stress blocks of different gridshell layers, (a) single layer, (b) double layer (uncoupled), and (c) double layer (coupled).

$$I_a = \frac{bh^3}{12} \quad I_b = \frac{2 * bh^3}{12} \quad I_c = \frac{b(3h^3)}{12} - \frac{bh^3}{12} = \frac{26 * bh^3}{12}$$

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1c. DIMENSIONNEMENT

Calcul du moment en fonction de la courbure (cas a sur gridshell a)

Première hypothèse : $b = 4,8 \text{ cm}$ et $h = 1,2 \text{ cm}$:

$$M = \frac{EI}{R} = 22,4 \text{ N.m}$$

Avec

- $R_{\min} = 3,08 \text{ m}$
- $E = 10\,000 \text{ MPa}$ (bois)
- $I = 26 bh^3/12 = 6,91 \times 10^{-9} \text{ m}^4$

Le moment est lié à la contrainte par l'équation (dans notre cas de gridshell couplée !) :

Cas a (simple) et b (double non couplées) :

$$\sigma = \frac{M * h}{2 * I} = 19,5 \text{ MPa}$$

Cas c (double couplées) :

$$\sigma = \frac{M * 3 * h}{2 * I} \left(= \frac{Eh}{2R} \right) = 58,5 \text{ MPa}$$

Résistance maximale : étant donné les nombreux paramètres non pris en compte (présence de nœuds dans le bois, humidité à l'extérieur, variation de température, efforts tranchants, efforts axiaux, relaxation, fluage, fatigue, etc.), nous viserons une résistance de 33% maximum de la résistance caractéristique du bois.

Soit 20 Mpa pour un bois de 60 Mpa et 10 Mpa pour un bois de 30 MPa

1. Cours 50'

- Définition
- Form Finding
- Dimensionnement
- Montage

2. Discussion 10'

ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

1d. MONTAGE

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage
2. Discussion 10'

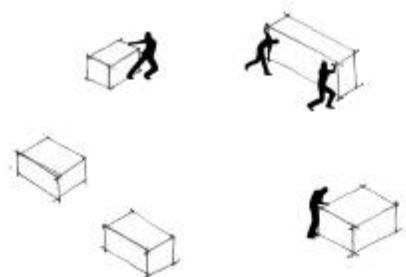


ST-CS-01 LES GRIDSHELLS POST-FORMÉES EN BOIS

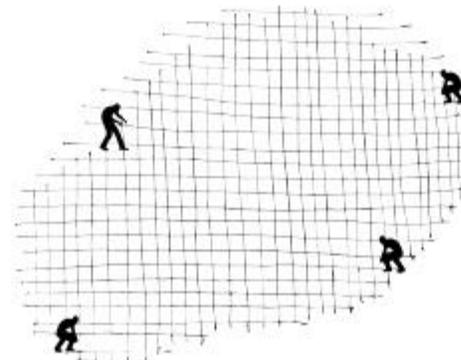
1d. MONTAGE

1. Cours 50'
 - a. Définition
 - b. Form Finding
 - c. Dimensionnement
 - d. Montage

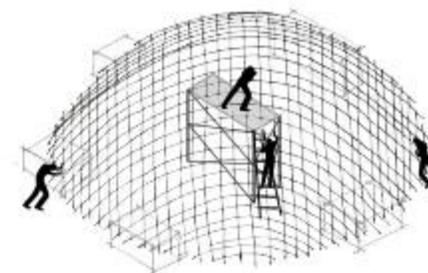
2. Discussion 10'



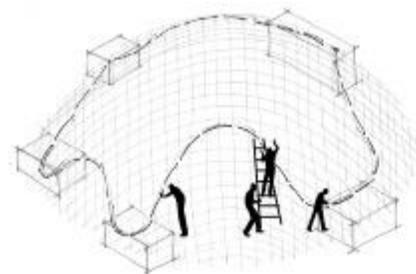
01 CAST FOUNDATIONS



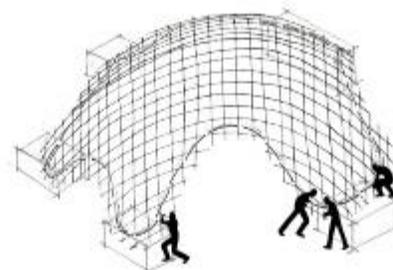
02 LAY OUT 20" x 20" FLAT LATTICE GRID



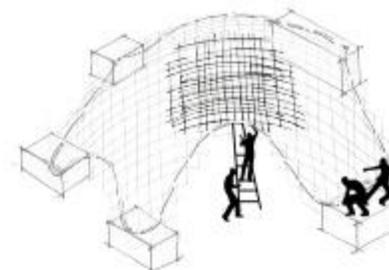
03 ERECT LATTICE VIA SCAFFOLDING



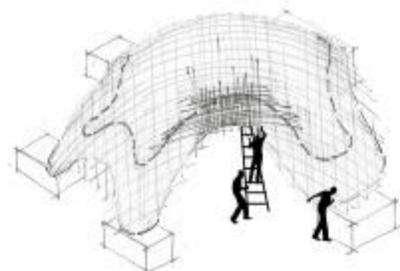
04 CONSTRUCT RIBBON



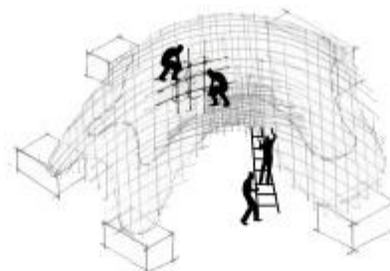
05 TRIM 20" x 20" LATTICE



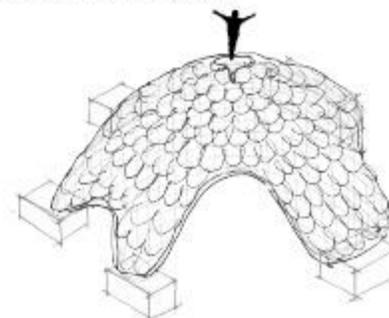
06 WELD ON 5" x 5" GRID SUBDIVISIONS



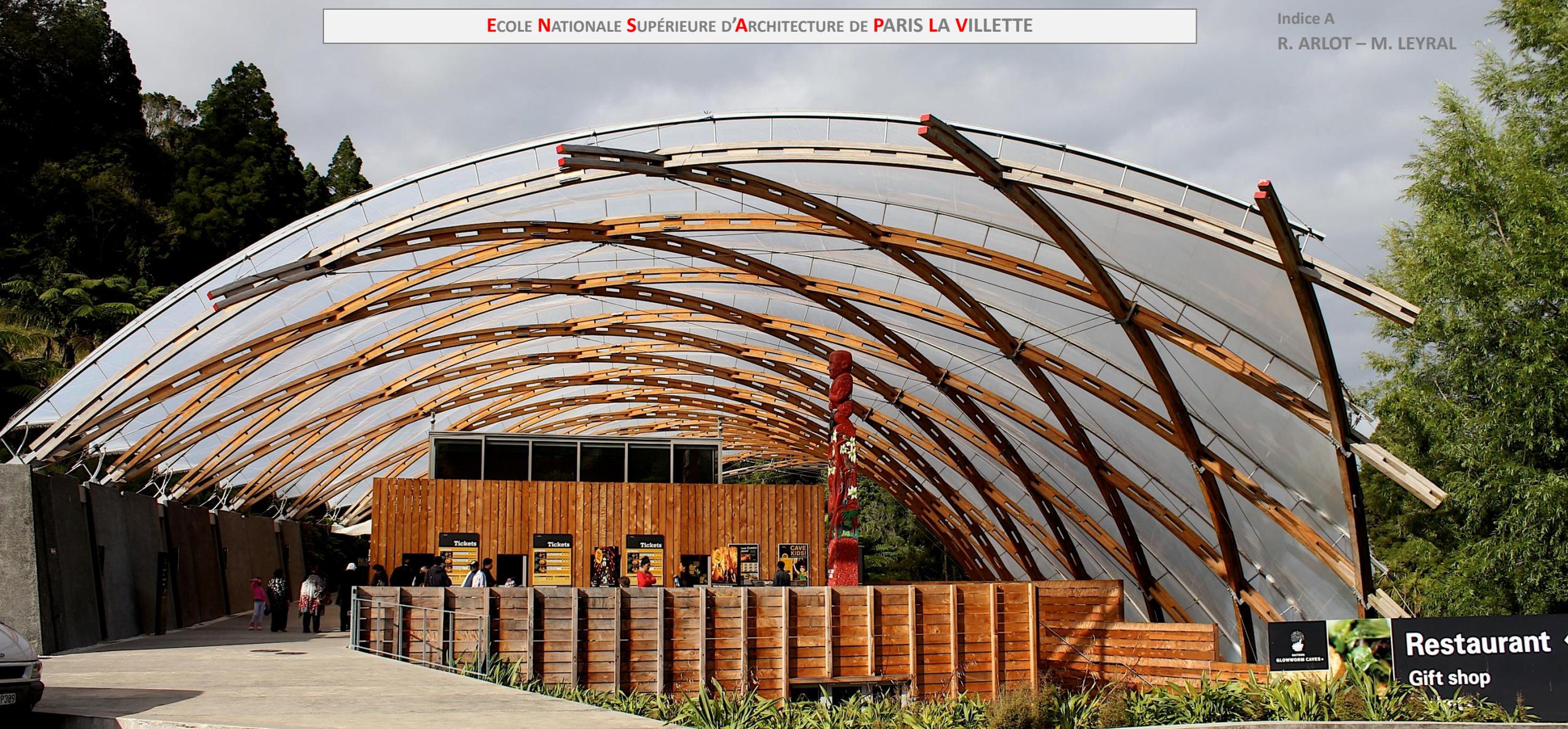
07 WELD 2.5" x 2.5" GRID DIVISION GRADIENT



08 PLACE CLADDING AT 20" x 20" NODES



09 FULLY ASSEMBLED GRIDSHELL



WAITOMO GLOWWORM CAVES VISITOR CENTRE

Architecture Workshop

Photo : Kristina D.C. Hoepfner from Wellington, New Zealand
Nouvelle-Zélande

À la semaine prochaine !