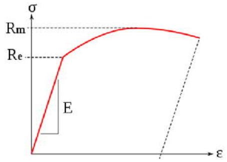
PARTIE I – CONNAISSANCES GENERALES – SANS COURS

PREMIERE PARTIE (5 pts) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLE

Plusieurs réponses possibles – Entourez la ou les bonnes réponses.

Question 1 – Que dire d'un matériau qui suit la loi de comportement suivante :

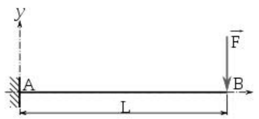


a. Il est fragile
b. Il est ductile
c. Cela pourrait être de l'acier à 30°C
d. Cela pourrait être de l'acier à -70°C

Question 2 – Selon le diagramme des moments fléchissant, que peut-on dire de la poutre ?

a. Elle est articulée
b. Elle est encastrée
c. Elle est chargée par une charge ponctuelle en son centre
d. Elle uniformément chargée

Question 3 – Que peut-on dire de cette console en béton armé ?



a. Les fibres comprimées sont en haut
b. Les fibres comprimées sont en bas
c. Les armatures sont en haut
d. Les armatures sont au milieu
e. Les armatures sont en bas

Question 4 – Qui est généralement considéré comme le père de la loi de comportement élastique ?

a. Blaise Pascal
b. Henri Navier
c. Buckminster Fuller
d. Robert Hooke
e. Robert d'Artois

Question 5 – De quel type de pont s'agit-il ?

a. Un pont suspendu
b. Un pont Bow-String
c. Un pont en arc à trois articulations
d. Un pont à haubans
e. Un pont-poutre

DEUXIEME PARTIE (5 pts) : QUESTION DE COURS – répondre au verso

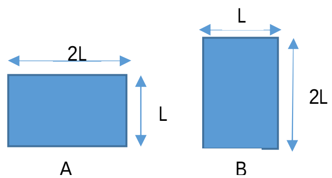
Question 1 – Expliquer les étapes qui mènent à la réalisation d'un diagramme MNT.

Question 2 – Qu'est-ce qu'un matériau ductile ?

Question 3 – Décrire la contrainte normale dans un élément en flexion (faites aussi un schéma).

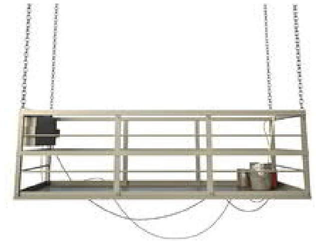
Question 4 – Pour quelle prouesse est connu Filippo Brunelleschi ?

Question 5 – Voici deux sections de poutre. Laquelle fléchit le moins? De combien son inertie est supérieure ?



PARTIE II – PROBLEME – AVEC COURS

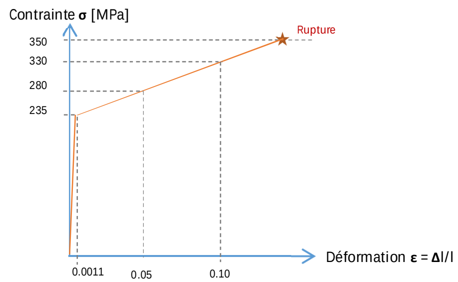
Le but du problème est l'étude d'un échafaudage volant de ce type :



L'échafaudage, long de 4 mètres est constitué d'une poutre en bois suspendue à deux câbles de diamètre 3 mm.

Données :

- Un homme est son matériel pèsent P = 100 kg et se situent à D = 3 mètres du bord gauche de la poutre.
- Section de la planche : largeur b = 40cm, hauteur h = 5 cm (PM : longueur L = 4m)
- Limite d'élasticité du bois : $\sigma_{y,bois} = 10\ MPa$
- Diamètre du câble : d = 3 mm / longueur des câbles : Lc = 50 m
- Loi de comportement de l'acier du câble :



Questions :

1) Tracer le schéma statique du problème.
2) Quelles sont les liaisons entre la poutre et les câbles ? Argumentez.
3) Tracer les diagrammes MNT de la poutre.
4) Calculez la hauteur minimale nécessaire hors déversement de la planche (aux ELU), la largeur étant fixée à 40cm, dans cette configuration particulière. On néglige l'effort tranchant.
5) Quel est le taux de travail (=contrainte subie/contrainte admissible) planche proposée dans l'énoncée ?
6) Le câble le plus chargée résiste-t-il ? Donner son taux de travail.
7) Déterminez la valeur du module d'Young de l'acier.
8) En déduire l'élongation (aux ELS) du câble le plus chargé.
9) Si la charge n'était pas 100kg mais 264 kg, quelle serait l'élongation du câble ? Et son élongation rémanente, après déchargement ?

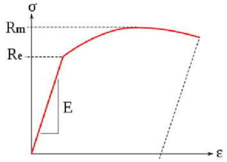
PARTIEL FINAL 2014-2015 de STRUCTURE 2 - CORRIGE

PARTIE I – CONNAISSANCES GENERALES – SANS COURS

PREMIERE PARTIE (5 pts) : QUESTIONNAIRE A CHOIX MULTIPLE

Plusieurs réponses possibles – Entourez la ou les bonnes réponses.

Question 1 – Que dire d'un matériau qui suit la loi de comportement suivante :

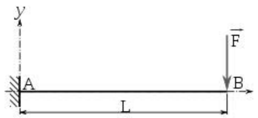


a. ~~Il est fragile~~
b. Il est ductile
c. Cela pourrait être de l'acier à 30°C
d. ~~Cela pourrait être de l'acier à -70°C~~

Question 2 – Selon le diagramme des moments fléchissant, que peut-on dire de la poutre ?

a. Elle est articulée
b. ~~Elle est encastrée~~
c. ~~Elle est chargée par une charge ponctuelle en son centre~~
d. Elle uniformément chargée

Question 3 – Que peut-on dire de cette console en béton armé ?



a. ~~Les fibres comprimées sont en haut~~
b. Les fibres comprimées sont en bas
c. Les armatures sont en haut
d. ~~Les armatures sont au milieu~~
e. ~~Les armatures sont en bas~~

Question 4 – Qui est généralement considéré comme le père de la loi de comportement élastique ?

a. ~~Blaise Pascal~~
b. ~~Henri Navier~~
c. ~~Buckminster Fuller~~
d. Robert Hooke
e. ~~Robert d'Artois~~

Question 5 – De quel type de pont s'agit-il ?

a. ~~Un pont suspendu~~
b. Un pont Bow-String
c. ~~Un pont en arc à trois articulations~~
d. ~~Un pont à haubans~~
e. ~~Un pont-poutre~~

DEUXIEME PARTIE (5 pts) : QUESTION DE COURS – répondre au verso

Question 1 – Expliquer les étapes qui mènent à la réalisation d'un diagramme MNT.

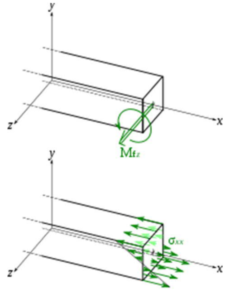
- ETAPE 1 : TRACER LE SHEMA STATIQUE DU PROBLEME
- ETAPE 2 : PLACER LES REACTIONS AUX APPUIS ET LES RESOUDRE (CF. COURS DE STATIQUE)
- ETAPE 3 : REALISER UNE COUPE POUR CHAQUE CONFIGURATION DIFFERENTE
- ETAPE 4 : CHOISIR ET REPRESENTER LA CONVENTION DE SIGNE
- ETAPE 5 : TROUVER LES VALEURS DE M, N et T EN TOUT POINT
- ETAPE 6 : TRACER LES DIAGRAMMES MNT

Question 2 – Qu'est-ce qu'un matériau ductile ?

Les matériaux en condition d'avoir un comportement plastique après le domaine élastique sont dit ductiles. Ex. béton en compression, l'acier au-dessus de -34°C.

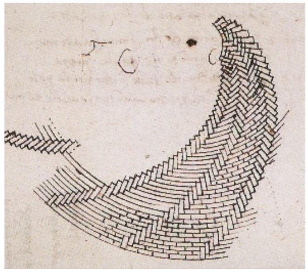
Question 3 – Décrire la contrainte normale dans un élément en flexion (faites aussi un schéma).

$$\sigma_{N,flexion} = \frac{M * y}{I}$$

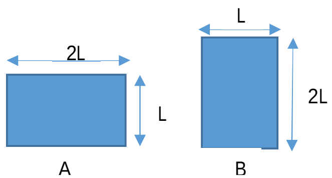


Question 4 – Pour quelle prouesse est connu Filippo Brunelleschi ?

Pour avoir réalisé à partir de 1418 un dôme autoportant, même pendant la construction, à Florence (Santa Maria del Fiore) grâce à une disposition particulière des briques « in spina di pesce ».



Question 5 – Voici deux sections de poutre. Laquelle fléchit le moins ? De combien son inertie est supérieure ?

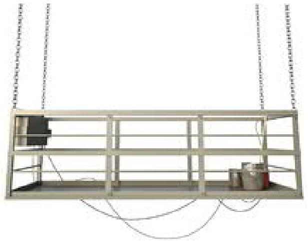


- Inertie de la poutre A : 2L x L^3 / 12 = $2L^4/12$
- Inertie de la poutre B : L x $(2L)^3$ / 12 = $8L^4/12$

La poutre B fléchit moins (4 fois moins)

PARTIE II – PROBLEME – AVEC COURS

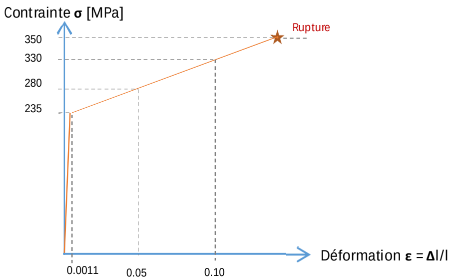
Le but du problème est l'étude d'un échafaudage volant de ce type :



L'échafaudage, long de 4 mètres est constitué d'une poutre en bois suspendue à deux câbles de diamètre 3 mm.

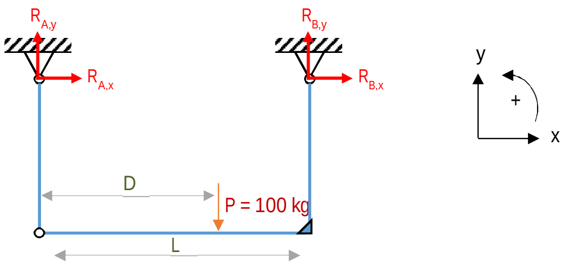
Données :

- Un homme est son matériel pèsent P = 100 kg et se situent à D = 3 mètres du bord gauche de la poutre.
- Section de la planche : largeur b = 40cm, hauteur h = 5 cm (PM : longueur L = 4m)
- Limite d'élasticité du bois : $\sigma_{y,bois} = 10\ MPa$
- Diamètre du câble : d = 3 mm / longueur des câbles : L_c = 50 m
- Loi de comportement de l'acier du câble :



Questions / Réponses :

1) Tracer le schéma statique du problème.

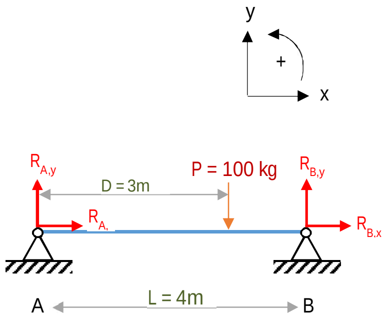


2) Quelles sont les liaisons entre la poutre et les câbles ? Argumentez.

Les câbles n'ont aucune rigidité, ils ne peuvent pas reprendre de moment, la liaison est donc une rotule.

3) Tracer les diagrammes MNT de la poutre.

Etape 1 : schéma statique.



Etape 2 : réaction aux appuis.

En l'absence de forces horizontales, on peut considérer que :

$$R_{A,x} = R_{B,x} = 0$$

Cela permet de résoudre le problème posé par l'hyperstaticité du sujet.

Principe fondamental de la statique sur les forces projetées en Y :

$$R_{A,y} + R_{B,y} - P = 0$$

Donc :

$$R_{A,y} + R_{B,y} = P$$

Principe fondamental de la statique sur les moments au point A :

$$R_{B,y} * L - P * D = 0$$

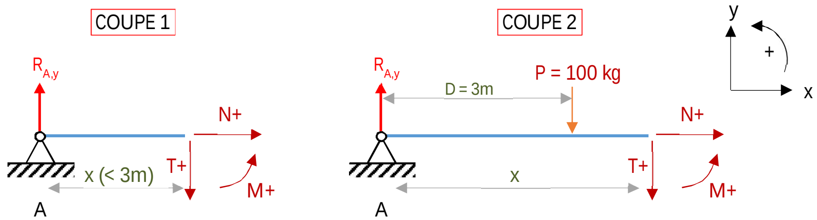
$$R_{B,y} = \frac{P * D}{L}$$

Donc :

$$R_{A,y} = P - \frac{P * D}{L} = P * \left(1 - \frac{D}{L}\right)$$

Etapes 3 et 4 : coupes imaginaires et convention de signe.

Deux configurations possibles donc deux coupes imaginaires (à gauche et à droite du poids de l'homme) :



Etape 5 : calculs des efforts M, N et T.

COUPE 1

Principe fondamental de la statique sur les forces projetées en X :

$$N = 0$$

Principe fondamental de la statique sur les forces projetées en Y :

$$R_{A,y} - T = 0$$

Donc :

$$T = P * \left(1 - \frac{D}{L}\right)$$

Principe fondamental de la statique sur les moments au point A :

$$M - T * x = 0$$

$$M = P * x * \left(1 - \frac{D}{L}\right)$$

COUPE 2

Principe fondamental de la statique sur les forces projetées en X :

$$N = 0$$

Principe fondamental de la statique sur les forces projetées en Y :

$$R_{A,y} - T - P = 0$$

Donc :

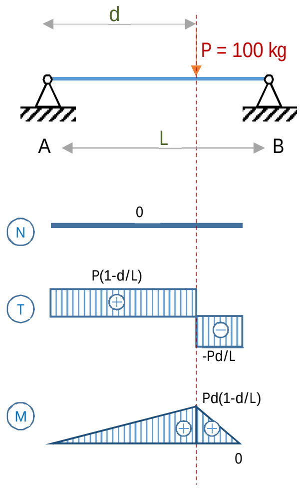
$$T = \frac{-P * D}{L}$$

Principe fondamental de la statique sur les moments au point A :

$$M - T * x - P * D = 0$$

$$M = P * D\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

Etape 6 : diagrammes des efforts M, N et T.



Effort Normal N :

$$N = 0 \text{ en tout point}$$

Effort Tranchant T :
Lorsque x < d

$$T = P * \left(1 - \frac{D}{L}\right) > 0 \ \ (car\ d < L)$$

Lorsque x > d

$$T = \frac{-PD}{L} < 0$$

Moment fléchissant M :
Lorsque x < d

$$M = P * x * \left(1 - \frac{D}{L}\right) : équation\ d'une\ droite$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=d)} = \frac{P * (L - D)}{L} * D$$

$$M_{(x=d)} = P * D * \left(1 - \frac{D}{L}\right) > 0\ car\ d < L$$

Lorsque x > d

$$M = P * D * \left(1 - \frac{x}{L}\right) \ : équation\ d'une\ droite$$

$$M_{(x=d)} = P * D * \left(1 - \frac{D}{L}\right) \ : \ on\ retrouve\ bien\ la\ valeur\ du\ cas\ 1$$

$$M_{(x=L)} = 0$$

Note : On retrouve bien M > 0 cohérent avec les fibres tendues de la poutre en bas.

4) Calculez la hauteur minimale nécessaire hors déversement de la planche (aux ELU), la largeur étant fixée à 40cm, dans cette configuration particulière. On néglige l'effort tranchant.

Moment maximal en x = D (on rajoute le coefficient 1.5 pour le passage aux ELU) :

$$M_{max,ELU} = 1.5 * P * d * \left(1 - \frac{D}{L}\right) = 1.5 * 1\,000\,N * 3\,000\,mm * \left(1 - \frac{3\,000\,mm}{4\,000\,mm}\right) = 1\,125\,500\,N.mm$$

Contrainte normale de flexion maximale aux fibres supérieure (compression) et inférieure (traction) :

$$\sigma_{max,ELU} = \frac{M * h/2}{I} \quad avec\ I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$\sigma_{max,ELU} = \frac{6 * M}{b * h^2} \leq \sigma_{y,bois}$$

$$h_{min} = \sqrt{\frac{6 * M}{b * \sigma_{y,bois}}} = \sqrt{\frac{6 * 1\,112\,500\,N.mm}{400\,mm * 10\,MPa}} \approx 41\,mm$$

La hauteur minimale de la planche – dans cette configuration – est de 4,1 cm

5) Quel est le taux de travail (=contrainte subie/contrainte admissible) planche proposée dans l'énoncée ?

$$\sigma_{max,ELU} = \frac{6 * M}{b * h^2} = \frac{6 * 1\,112\,500\,N.mm}{400\,mm * (50\,mm)^2} = 6{,}8\,MPa$$

$$\tau = \frac{\sigma_{max,ELU}}{\sigma_{y,bois}} = \frac{6{,}8}{10} = 68\,\%$$

6) Le câble le plus chargée résiste-t-il ? Donner son taux de travail.

Le câble le plus chargé est celui de droite, avec un effort normal de :

$$N_{ELU} = R_{B,y} = \frac{P * D}{L} = \frac{1{,}5 * 1\,000\,N * 3\,000\,mm}{4\,000\,mm} = 1\,112{,}5\,N$$

Contrainte normale en traction simple :

$$\sigma_{ELU} = \frac{N_{ELU}}{S} = \frac{N_{ELU}}{\left(\frac{\pi * d^2}{4}\right)} = \frac{1\,112{,}5\,N}{\left(\frac{\pi * 3^2}{4}\right)} = 159\,MPa \leq \sigma_{y,acier} = 235\,MPa$$

Il fallait lire la contrainte limite élastique de l'acier (235 MPa) sur le diagramme fourni dans les données de l'énoncé.
Le câble résiste donc bien dans cette configuration particulière.

7) Déterminez la valeur du module d'Young de l'acier.

En utilisant le diagramme dans les données de l'énoncé (pente de la droite de la phase élastique) :

$$E = \frac{235}{0.011} = 213\,636\,MPa \approx 210\,000\,MPa\ valeur\ du\ cours$$

8) En déduire l'élongation (aux ELS) du câble le plus chargé.

Contrainte à l'ELS :

$$\sigma_{ELS} = \frac{N_{ELS}}{S} = \frac{\frac{1\,000\,N * 3\,000\,mm}{4\,000\,mm}}{\left(\frac{\pi * 3^2}{4}\right)} = 106\,MPa \leq \sigma_{y,acier} = 235\,MPa$$

Déformation :

$$\sigma = E * \frac{\Delta L}{L_c} \quad donc \quad \Delta L = L_c * \frac{\sigma}{E} = 50\,000\,mm * \frac{235\,MPa}{213\,636\,MPa} = 55\,mm$$

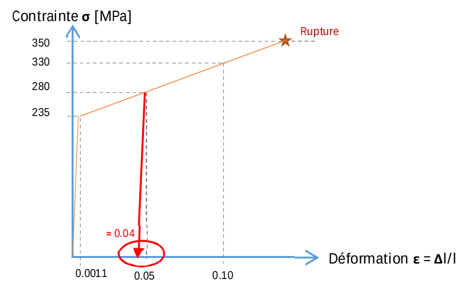
9) Si la charge n'était pas 100 kg mais 264 kg, quelle serait l'élongation du câble ? Et son élongation rémanente, après déchargement ?

$$\sigma_{ELS} = \frac{N_{ELS}}{S} = \frac{\frac{2\,640\,N * 3\,000\,mm}{4\,000\,mm}}{\left(\frac{\pi * 3^2}{4}\right)} = 280\,MPa$$

On lit sur le diagramme que pour cette valeur (qui se situe en phase plastique), on a :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_c} = 0.05 \quad donc \quad \Delta L = 0.05 * 50\,000\,mm = 2\,500\,mm\ (= 2{,}5\,m!)$$

Pour trouver l'élongation rémanente, il faut tracer la droite de déchargement sur le diagramme :



$$Déformation\ rémannente : 0.04 * 50\,000\,mm = 2\,000\,mm\ (= 2\,m!)$$