

TD : STRUCTURE 2

CYCLE LICENCE S3/S4

Marc LEYRAL

Sylvain EBODE

S2-TD2

**TD THÉORIQUE :
ANALYSE D'UNE STRUCTURE**

Le Centre Culturel George Pompidou

Arch. R. Piano et R. Rogers – Ing. Peter Rice



S2-TD2 TD THÉORIQUE – CENTRE CULTUREL GEORGES POMPIDOU

Indice D

Cours : S. EBODE – M. LEYRAL

D'après un TD de M. POIRIER et R. ARLOT

Présentation : E. MATTIUSSI – P. COVILLAULT



Vidéo à voir : Le Centre Georges Pompidou – Collections Architectures - Arte

1.a Plateaux libres



1. Description

- a. **Plateaux libres**
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

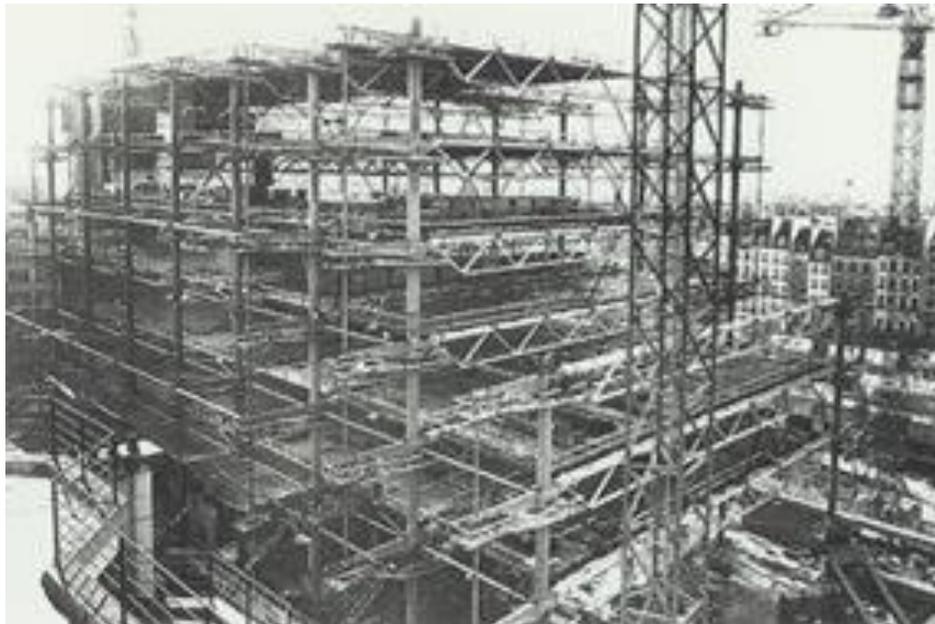
1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette**
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

1.b Exosquelette



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. **Poutres treillis**

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

1.c Poutres treillis



1. Description

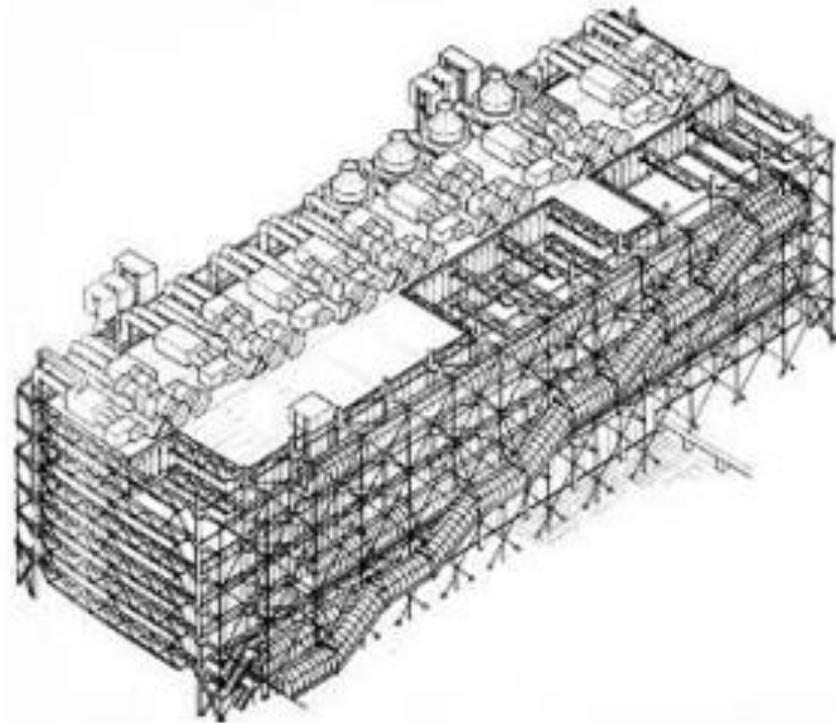
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. **Identification des éléments**
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.a Identification des éléments

Question 1 : décrire le fonctionnement structurel du musée.



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

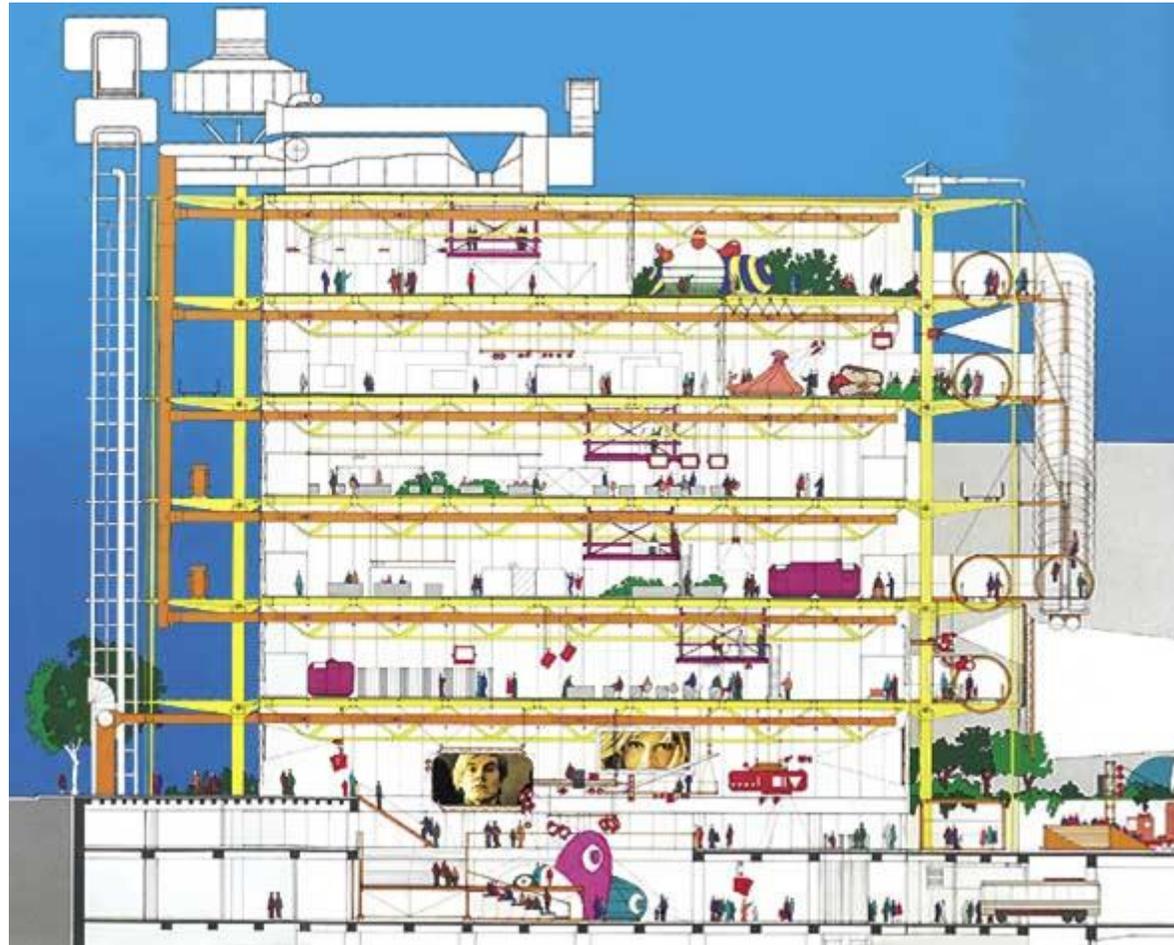
2. Questions

- a. **Identification des éléments**
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.a Identification des éléments

Question 1 : décrire le fonctionnement structurel du musée.

*Les **treillis** font offices d'éléments de **distribution des charges** des planchers sur de très grandes portées (45 mètres).*



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. **Identification des éléments**
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

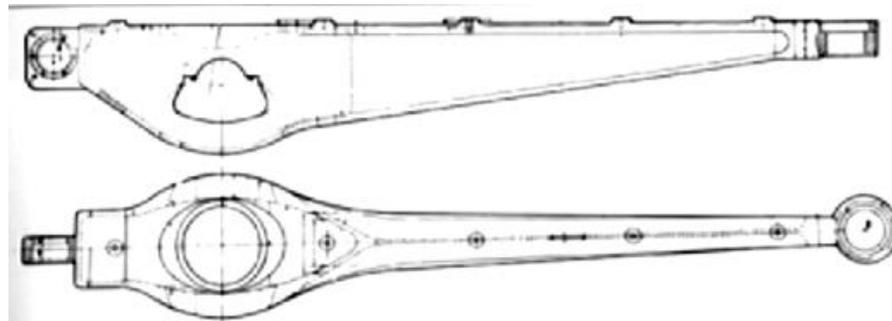
2.a Identification des éléments

Question 1 : décrire le fonctionnement structurel du musée.

*Les charges des poutres sont rapportées aux poteaux via des **gerberettes** (8 mètres de long pour un poids de 10 T).*

*Il s'agit d'**éléments de connexion** entre les poutres d'une part et les poteaux et tirants d'autre part, nous en reparlerons plus tard.*

*Les **porteurs** sont composés par le système **poteau** (élément épais) – **tirants** (élément fin)*



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

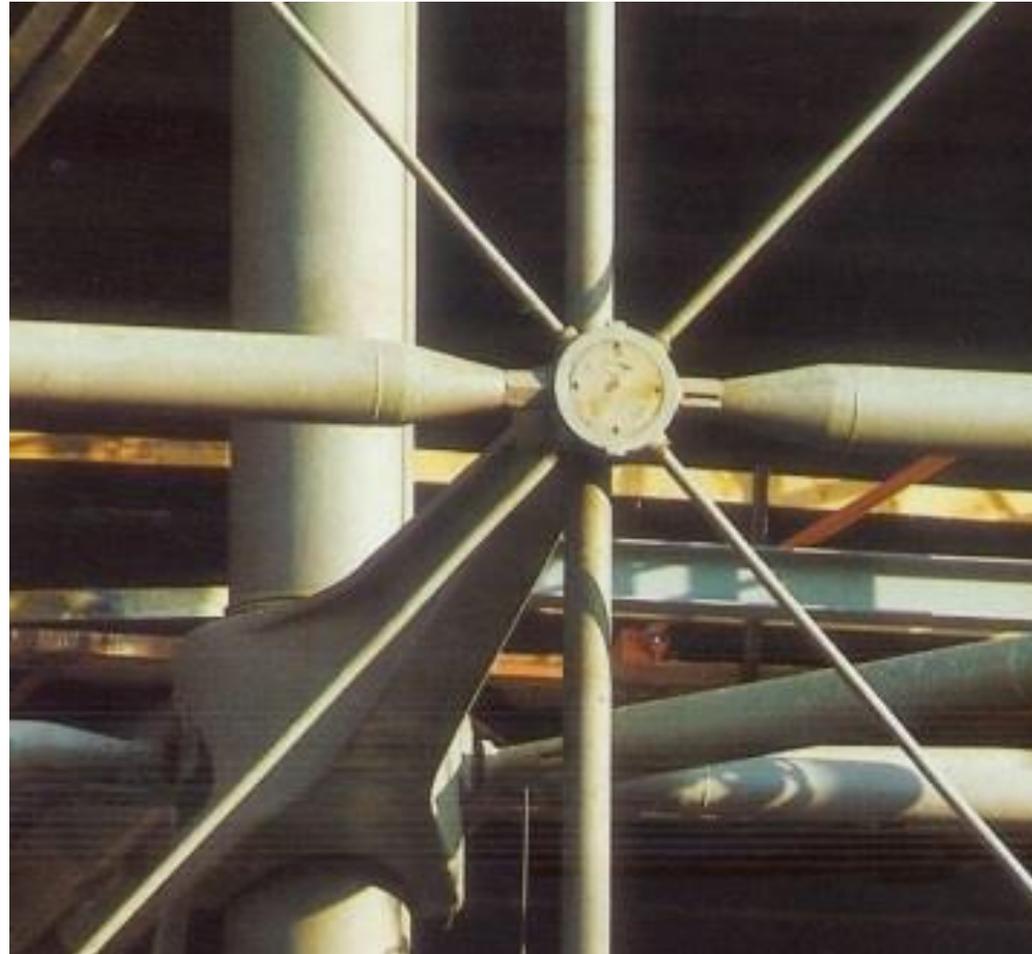
2. Questions

- a. **Identification des éléments**
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.a Identification des éléments

Question 1 : décrire le fonctionnement structurel du musée.

*Des **croix de Saint-André** assurent le **contreventement** dans les trois dimensions.*



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

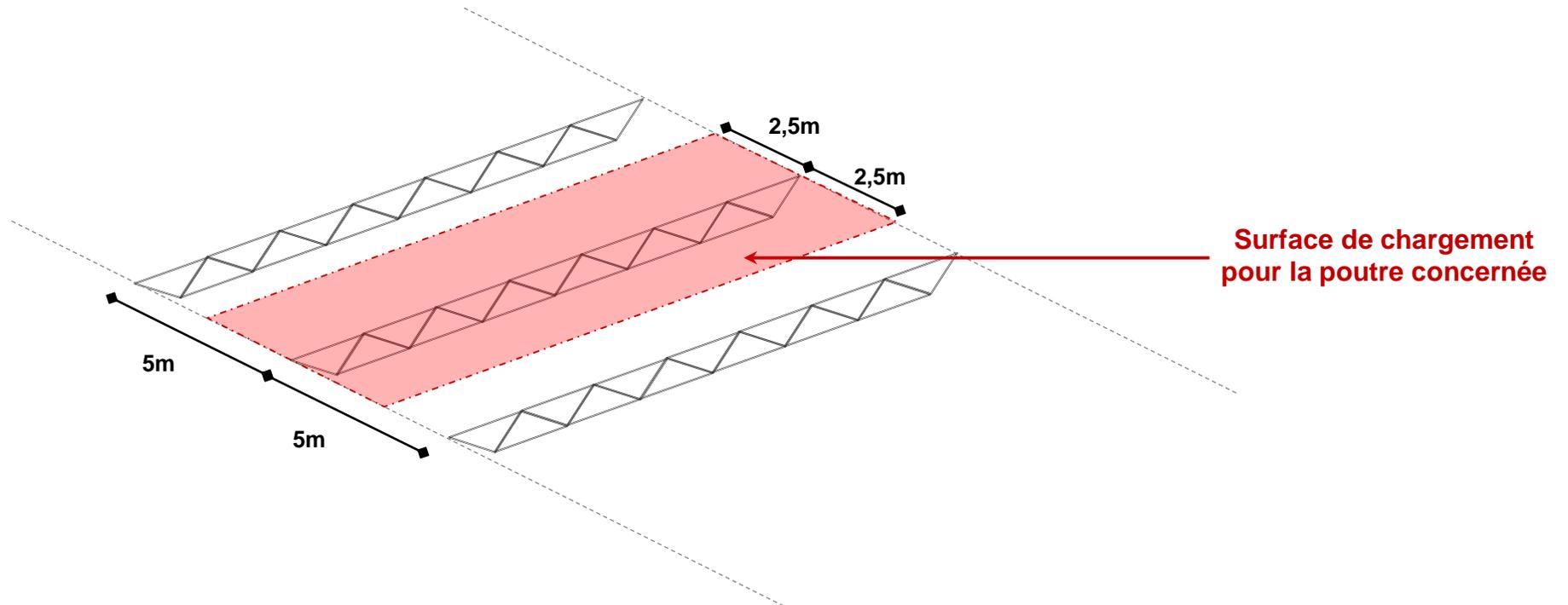
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)**
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.b Analyse structurale (chargements)

Question 2 : en considérant $e = 5m$, l'entraxe des poutres treillis, et en considérant $g' = 500 \text{ kg/m}^2$ et $q = 500 \text{ kg/m}^2$ les charges réparties uniformes dues respectivement au poids propre et aux charges d'exploitation, déterminer les réactions d'appuis de la poutre treillis.

Il faudra considérer des coefficients de pondération de 1,35 pour les charges dues au poids propre et de 1,5 pour les charges d'exploitation (travail à l'ELU).



1. Description

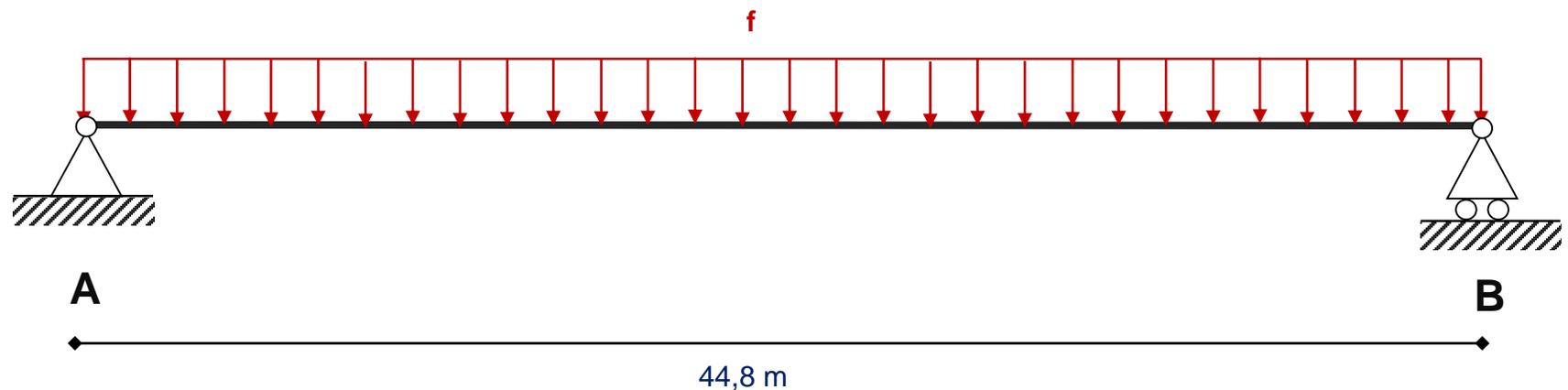
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. **Analyse structurale (chargements)**
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.b Analyse structurale (chargements)

Question 2 : en considérant $e = 5m$, l'entraxe des poutres treillis, et en considérant $g' = 500 \text{ kg/m}^2$ et $q = 500 \text{ kg/m}^2$ les charges réparties uniformes dues respectivement au poids propre et aux charges d'exploitation, déterminer les réactions d'appuis de la poutre treillis.



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

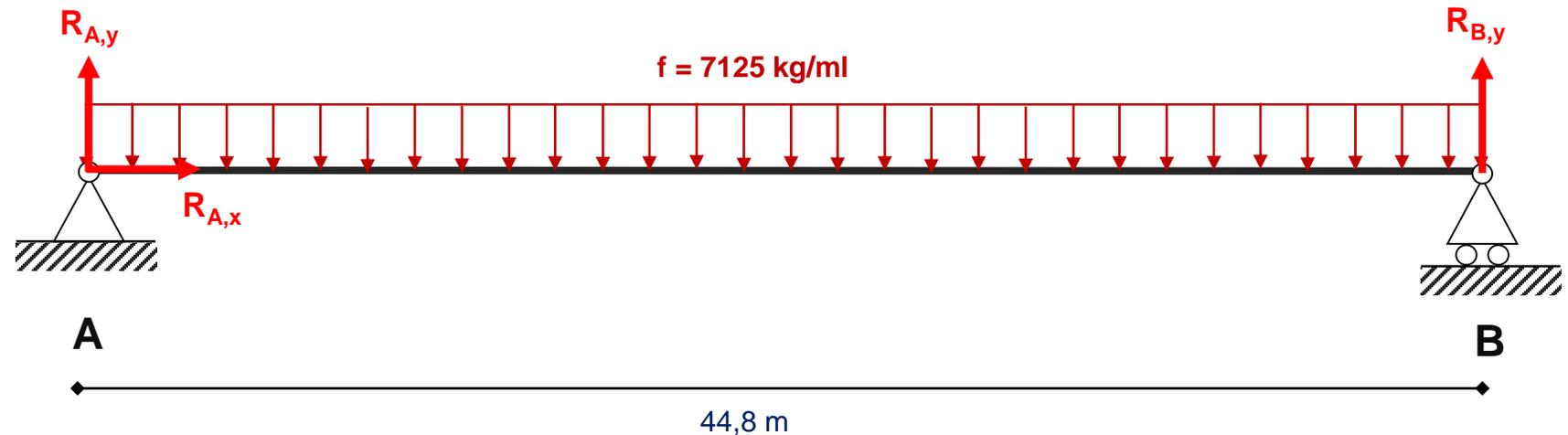
2.b Analyse structurale (chargements)

Question 2 : en considérant $e = 5m$, l'entraxe des poutres treillis, et en considérant $g' = 500 \text{ kg/m}^2$ et $q = 500 \text{ kg/m}^2$ les charges réparties uniformes dues respectivement au poids propre et aux charges d'exploitation, déterminer les réactions d'appuis de la poutre treillis.

$$g' = 5 * 500 = 2500 \text{ kg/ml}$$

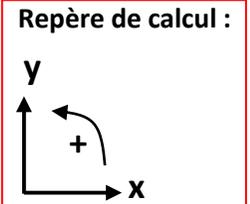
$$q = 5 * 500 = 2500 \text{ kg/ml}$$

$$f = 1,35g' + 1,5q = 7125 \text{ kg/ml}$$



2.b Analyse structurale (chargements)

Question 2 : en considérant $e = 5m$, l'entraxe des poutres treillis, et en considérant $g' = 500 \text{ kg/m}^2$ et $q = 500 \text{ kg/m}^2$ les charges réparties uniformes dues respectivement au poids propre et aux charges d'exploitation, déterminer les réactions d'appuis de la poutre treillis.

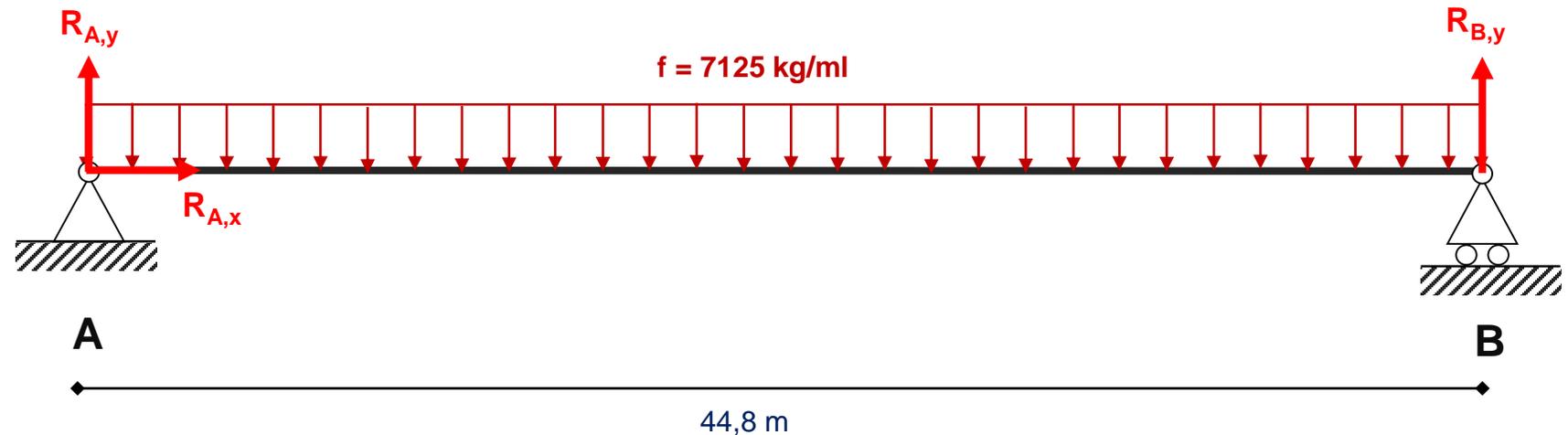


La symétrie du problème nous permet de conclure que $R_{A,y} = R_{B,y}$

Le PFS appliqué sur les forces nous donne : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Soit en décomposant : $\begin{cases} \text{en } x : R_{A,x} = 0 \\ \text{en } y : R_{A,y} + R_{B,y} = 44,8 * f = 319200 \text{ kg} = 3192 \text{ kN} \end{cases}$

Donc : $R_{A,y} = R_{B,y} = \frac{3192}{2} = 1596 \text{ kN}$



1. Description
 - a. Plateaux libres
 - b. Exosquelette
 - c. Poutres treillis

2. Questions
 - a. Identification des éléments
 - b. Analyse structurale (chargements)
 - c. Dimensionnement poutre treillis
 - d. Schéma statique gerberette
 - e. Étude de la staticité
 - f. Descente de charge
 - g. Efforts internes dans la gerberette
 - h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

1. Description

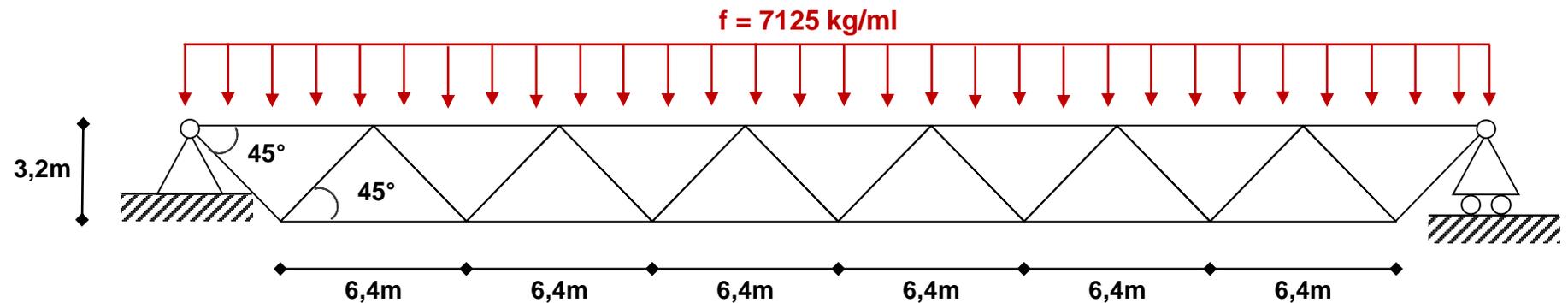
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

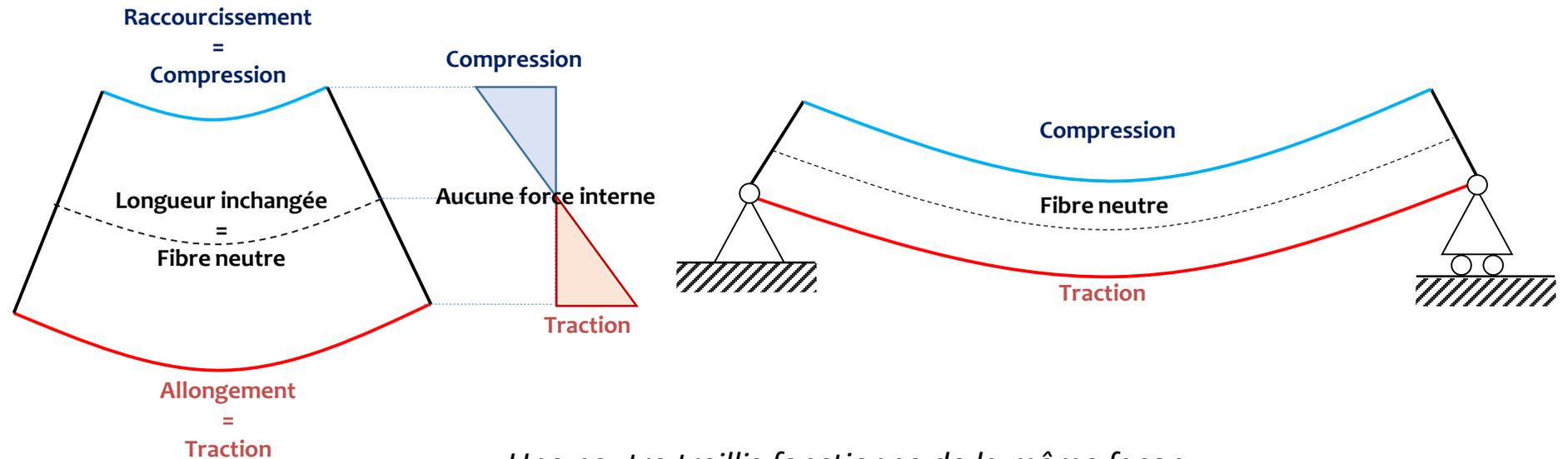
- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

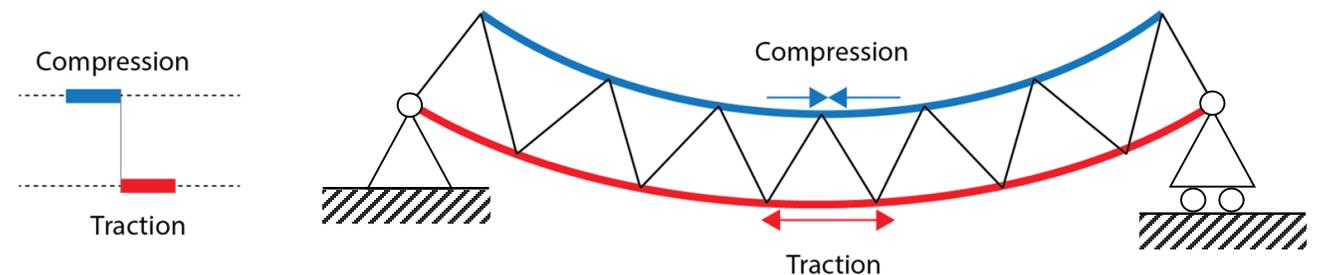
RAPPEL DE COURS : FLEXION

La flexion est une combinaison d'efforts internes, traction et compression, permettant d'équilibrer une poutre chargée.

Fonctionne d'une poutre monolithique isostatique :



Une poutre treillis fonctionne de la même façon :



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

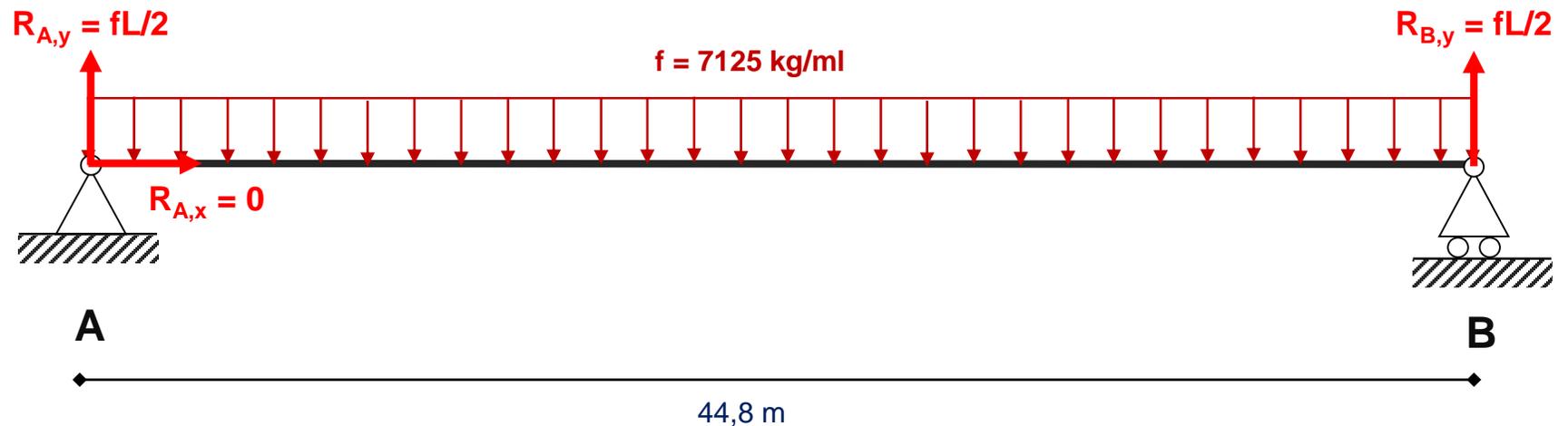
2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Déjà effectué :

ÉTAPE 1 : TRACER LE SHÉMA STATIQUE DU PROBLÈME

ÉTAPE 2 : PLACER LES RÉACTIONS AUX APPUIS ET LES RÉSOUDRE (CF. COURS DE STATIQUE)



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

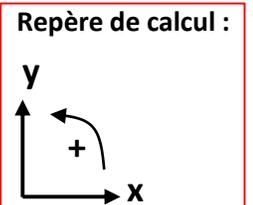
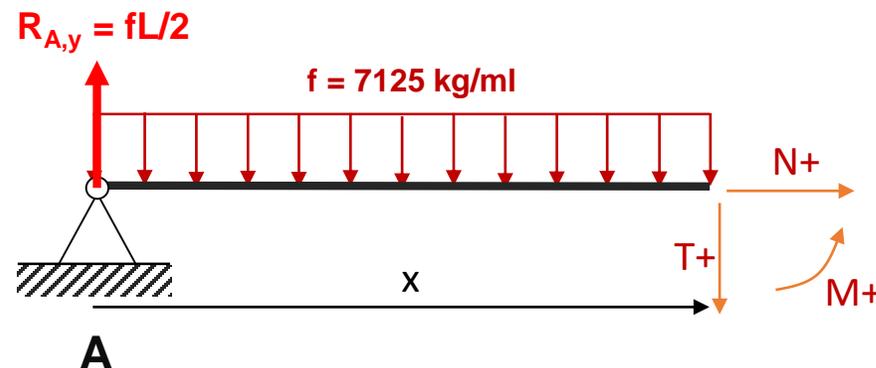
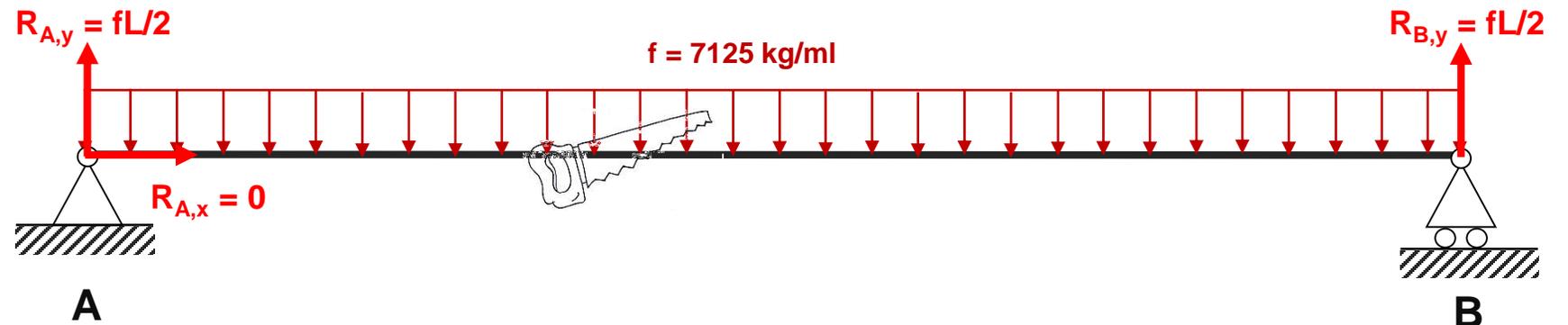
- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

ÉTAPE 3 : RÉALISER UNE COUPE POUR CHAQUE CONFIGURATION DIFFÉRENTE

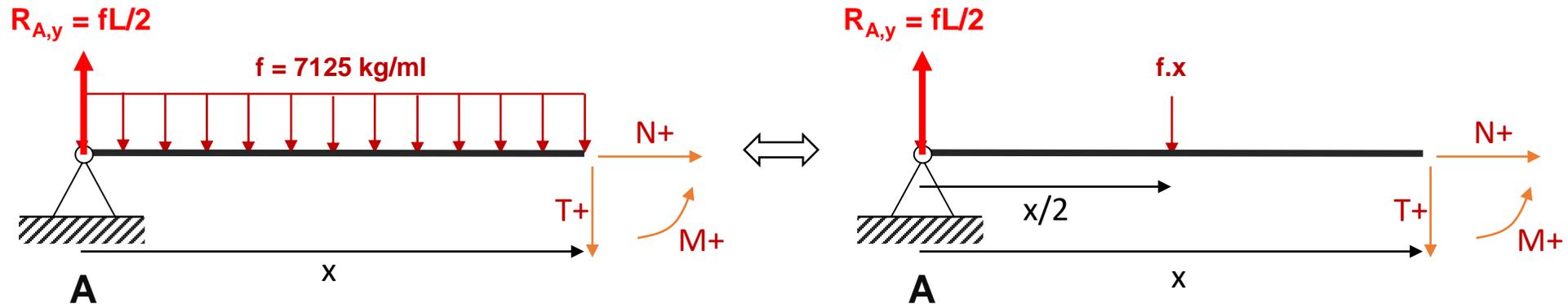
ÉTAPE 4 : CHOISIR ET REPRÉSENTER LA CONVENTION DE SIGNE



2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

ÉTAPE 5 : TROUVER M



PFS sur les moments au point A :

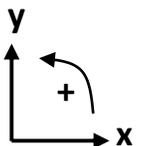
$$M + f * x * \frac{x}{2} - R_{A,y} * x = 0$$

$$\text{donc : } M = f * \frac{L}{2} * x - f * \frac{x^2}{2}$$

$$\text{donc au milieu à } x = \frac{L}{2} : M = f * \frac{L^2}{4} - f * \frac{L^2}{8} = f * \frac{L^2}{8}$$

M est bien positif : la membrure inférieure est tendue

Repère de calcul :



1. Description
 - a. Plateaux libres
 - b. Exosquelette
 - c. Poutres treillis

2. Questions
 - a. Identification des éléments
 - b. Analyse structurale (chargements)
 - c. Dimensionnement poutre treillis
 - d. Schéma statique gerberette
 - e. Étude de la staticité
 - f. Descente de charge
 - g. Efforts internes dans la gerberette
 - h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

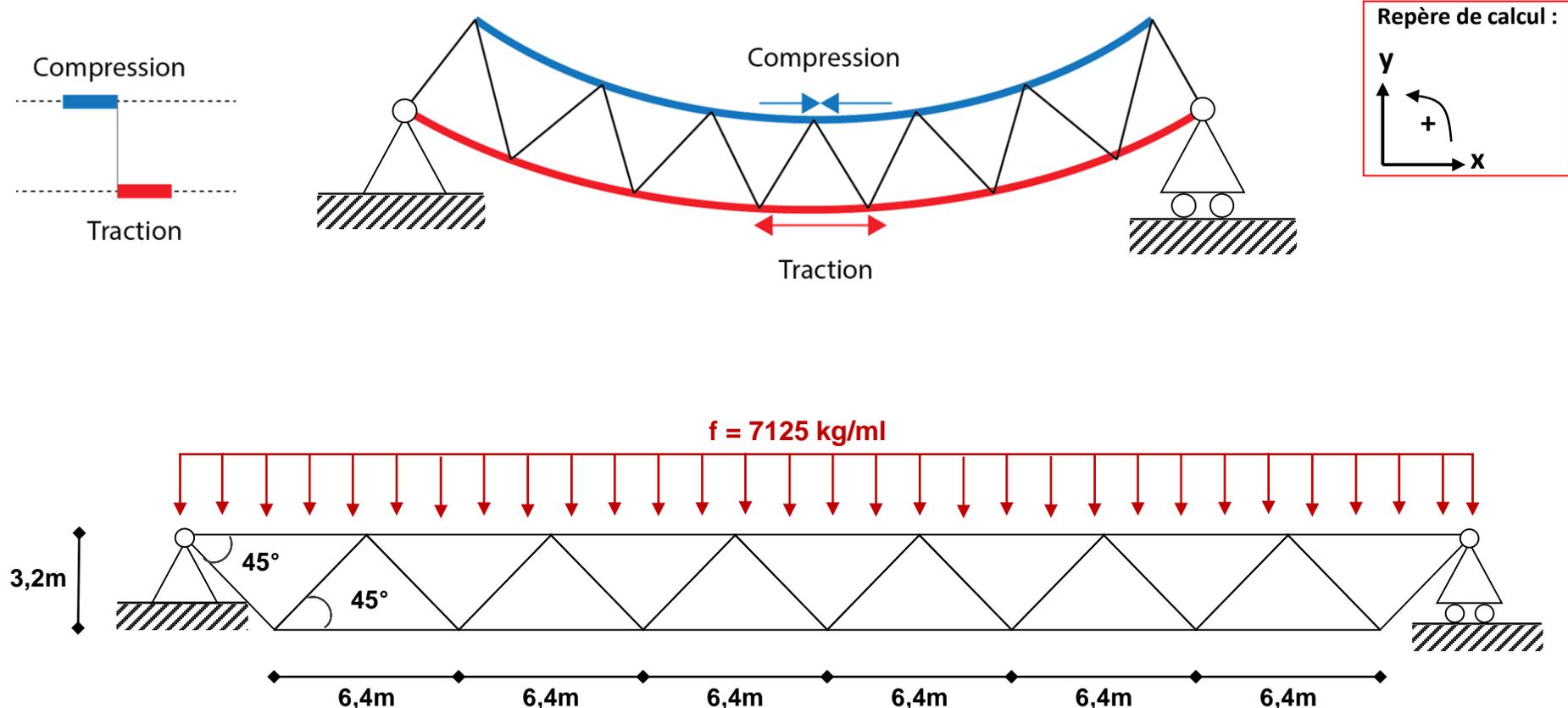
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Déterminons les efforts dans les membrures :



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

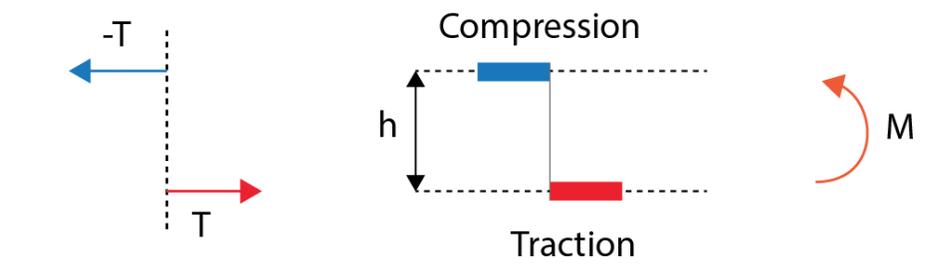
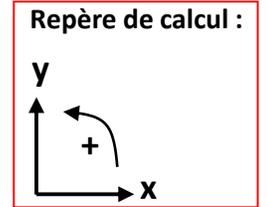
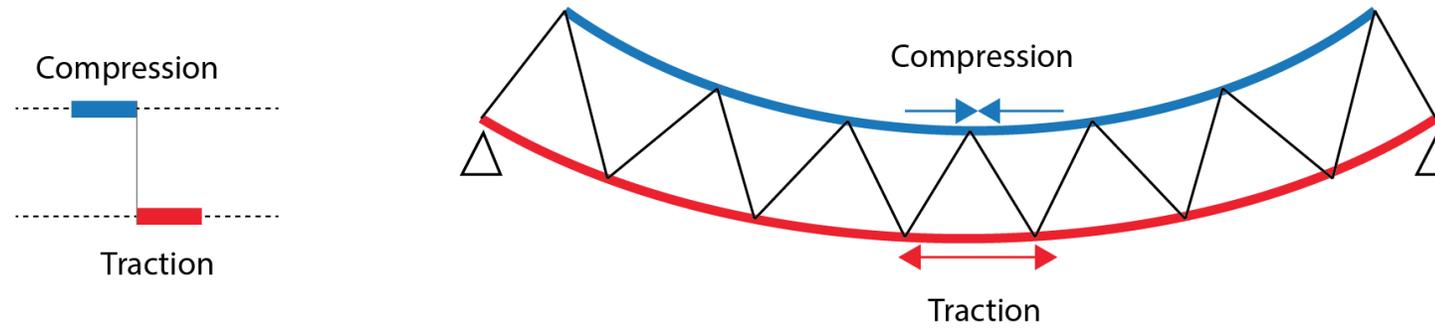
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Déterminons les efforts dans les membrures :



Calcul de l'effort normal :

$$M = T * h$$

$$T = 17\,875 \text{ kNm} / 3,2\text{m} = 5\,586 \text{ kN}$$

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

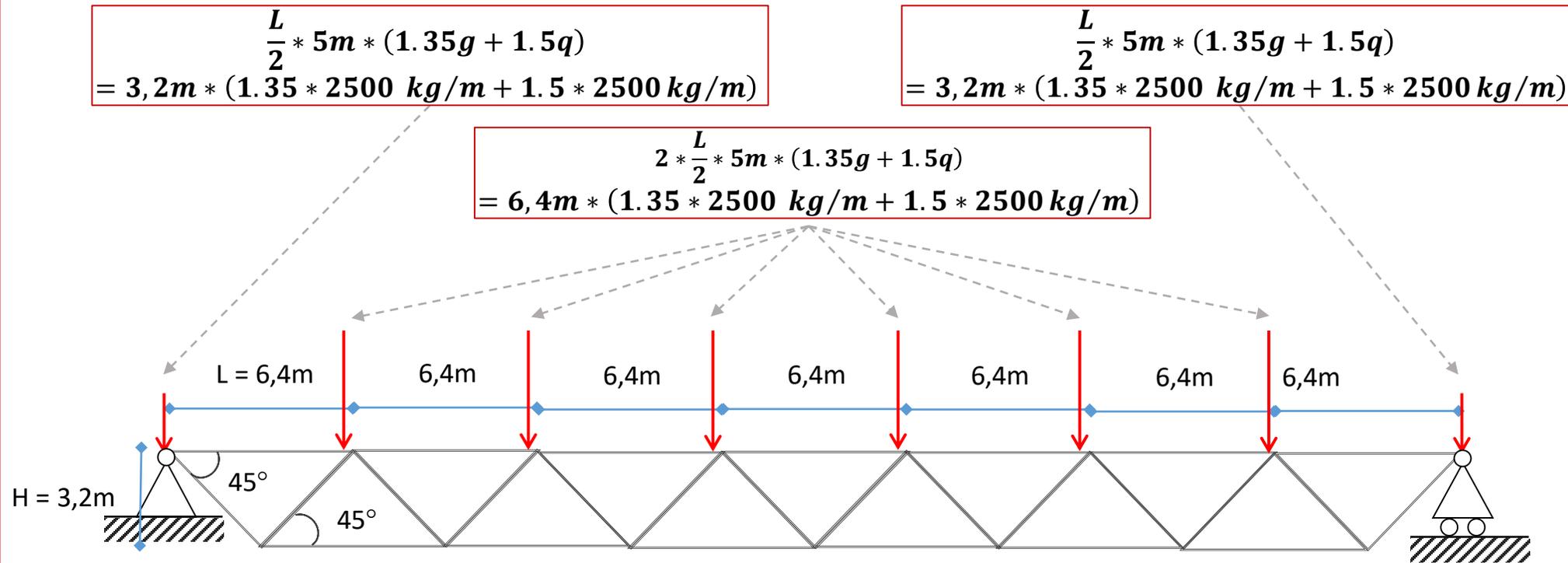
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

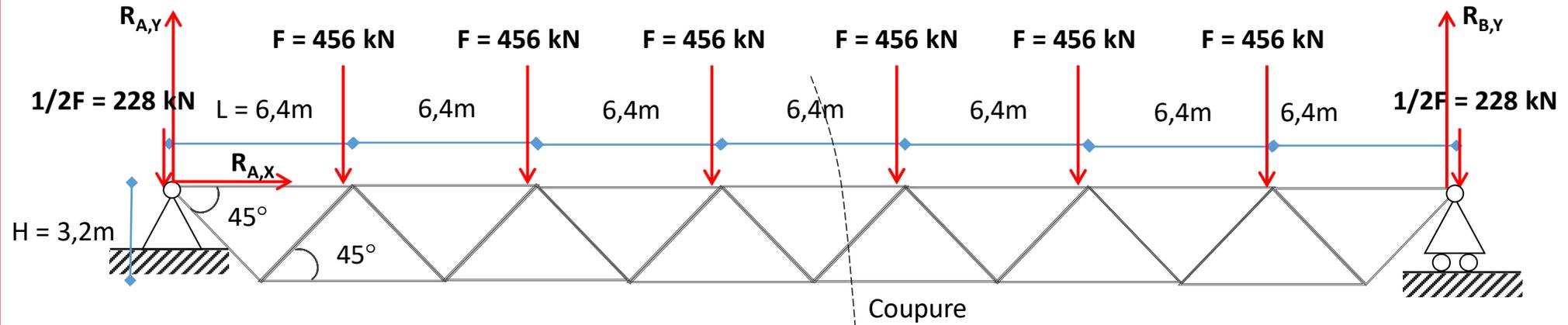
Nous aurions également pu utiliser la méthode de Ritter vue pour les poutres treillis :



2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

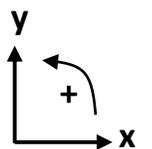
Nous aurions également pu utiliser la méthode de Ritter vue pour les poutres treillis :



$$R_{A,X} = R_{B,X} = \frac{6 * 456 \text{ kN} + 2 * 228 \text{ kN}}{2} = 1596 \text{ kN}$$

$$R_{B,Y} = 0 \text{ kN}$$

Repère de calcul :



1. Description
 - a. Plateaux libres
 - b. Exosquelette
 - c. Poutres treillis

2. Questions
 - a. Identification des éléments
 - b. Analyse structurale (chargements)
 - c. Dimensionnement poutre treillis
 - d. Schéma statique gerberette
 - e. Étude de la staticité
 - f. Descente de charge
 - g. Efforts internes dans la gerberette
 - h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

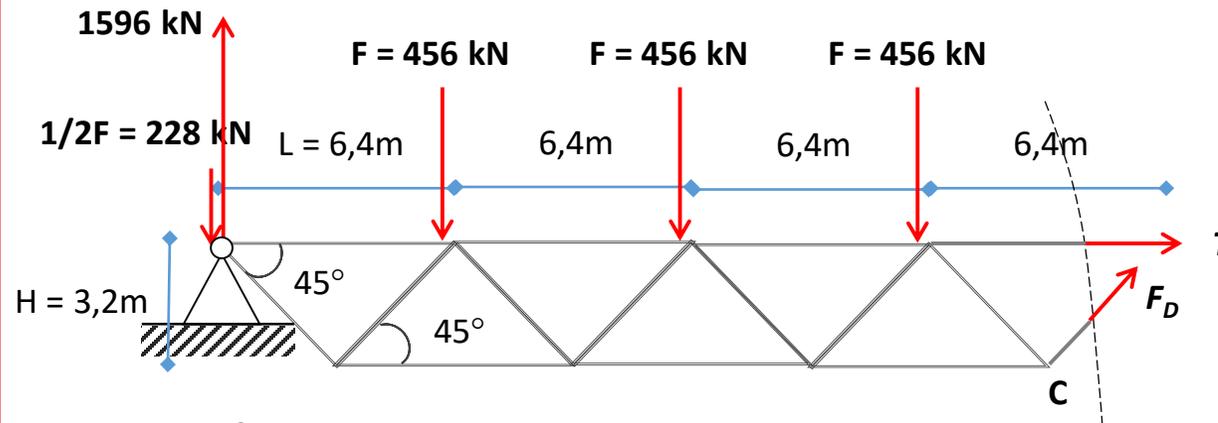
1. Description
- Plateaux libres
 - Exosquelette
 - Poutres treillis

2. Questions
- Identification des éléments
 - Analyse structurale (chargements)
 - Dimensionnement poutre treillis**
 - Schéma statique gerberette
 - Étude de la staticité
 - Descente de charge
 - Efforts internes dans la gerberette
 - Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Nous aurions également pu utiliser la méthode de Ritter vue pour les poutres treillis :



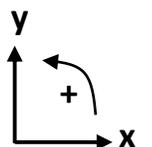
P.F.S. sur les moments au point C :

$$\sum M_{/C} = (228 \text{ kN} - 1596 \text{ kN}) * (3 * 6,4\text{m} + 3,2\text{m}) + 456 \text{ kN} * [3,2\text{m} + (6,4\text{m} + 3,2\text{m}) + (2 * 6,4\text{m} + 3,2\text{m})] - F_s * 3,2 \text{ m} = 0$$

$$T = \frac{(228 \text{ kN} - 1596 \text{ kN}) * (3 * 6,4\text{m} + 3,2\text{m}) + 456 \text{ kN} * [3,2\text{m} + (6,4\text{m} + 3,2\text{m}) + (2 * 6,4\text{m} + 3,2\text{m})]}{3,2 \text{ m}}$$

$$T = -5472 \text{ kN}$$

Le résultat est presque le même qu'avec l'autre méthode, la différence venant de l'approximation sur la charge (charge répartie dans le calcul en poutre monolithique).



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. **Dimensionnement poutre treillis**
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Il nous reste à dimensionner la membrure à la compression :

Données utiles :

Limite élastique de l'acier S235 : $\sigma_y = 235$ MPa

Module d'Young de l'acier : $E = 210$ GPa

Choisir un tube de $D = 0,5$ m de diamètre

Surface d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D - 2e)^2}{4}$$

Inertie d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$I = \frac{\pi D^3 e}{16}$$

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Il nous reste à dimensionner la membrure à la compression :

Données utiles :

Limite élastique de l'acier S235 : $\sigma_y = 235$ MPa

Module d'Young de l'acier : $E = 210$ GPa

Choisir un tube de $D = 0,5$ m de diamètre

Surface d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D - 2e)^2}{4}$$

Inertie d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$I = \frac{\pi D^3 e}{16}$$

Force critique dans une barre bi-articulée :

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_f^2} = \frac{\pi^2 E}{(1 * L)^2} * \frac{\pi D^3 e}{16}$$

Donc

$$T \leq F_{cr} \Rightarrow e \geq \frac{16TL^2}{\pi^3 D^3 E}$$

Pour $D = 0,5$ m, on obtient : $e > 4,4$ mm

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.c Dimensionnement poutre treillis

Question 3 : déterminer l'effort de compression dans la membrure haute du treillis à mi-travée, et dimensionner la membrure.

Il nous reste à dimensionner la membrure à la compression :

Données utiles :

Limite élastique de l'acier S235 : $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$

Module d'Young de l'acier : $E = 210 \text{ GPa}$

Choisir un tube de $D = 0,5\text{m}$ de diamètre

Surface d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D - 2e)^2}{4}$$

Inertie d'un tube de diamètre D et d'épaisseur e :

$$I = \frac{\pi D^3 e}{16}$$

Résistance à la compression simple avec $e = 4,4\text{mm}$

$$\sigma_{N,N} = \frac{N}{S} \leq \sigma_y = 355 \text{ MPa}$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D - 2e)^2}{4} \geq 0,007 \text{ m}^2$$

$$\frac{5,586 \text{ MN}}{0,007 \text{ m}^2} = 797 \text{ MPa} : \text{le tube ne résiste pas}$$

Résistance à la compression simple avec $e = 12\text{mm}$

$$\sigma_{N,N} = \frac{N}{S} \leq \sigma_y = 355 \text{ MPa}$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi(D - 2e)^2}{4} \geq 0,0184 \text{ m}^2$$

$$\frac{5,586 \text{ MN}}{0,0184 \text{ m}^2} = 304 \text{ MPa} : \text{le tube résiste}$$

On retient une épaisseur de 12 mm

1. Description

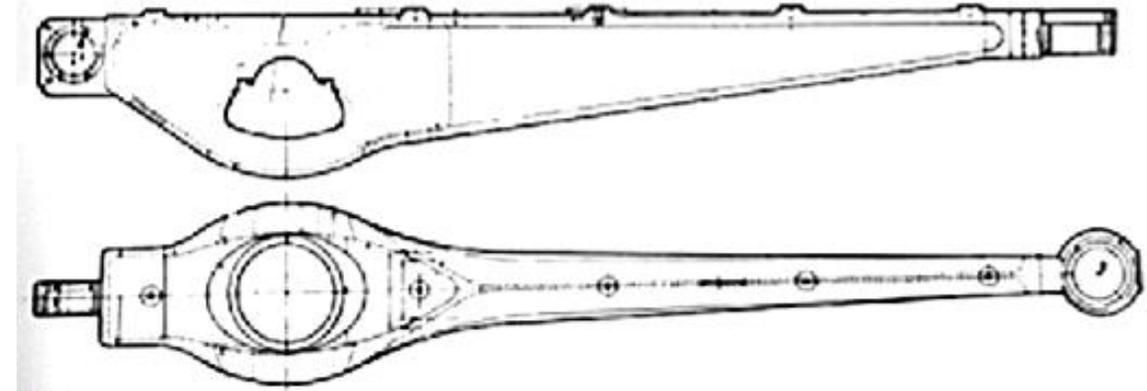
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 4 : proposez un schéma statique du système porteur.



1. Description

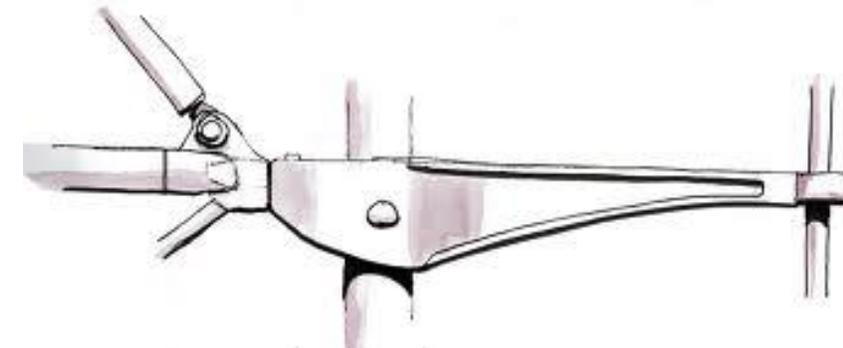
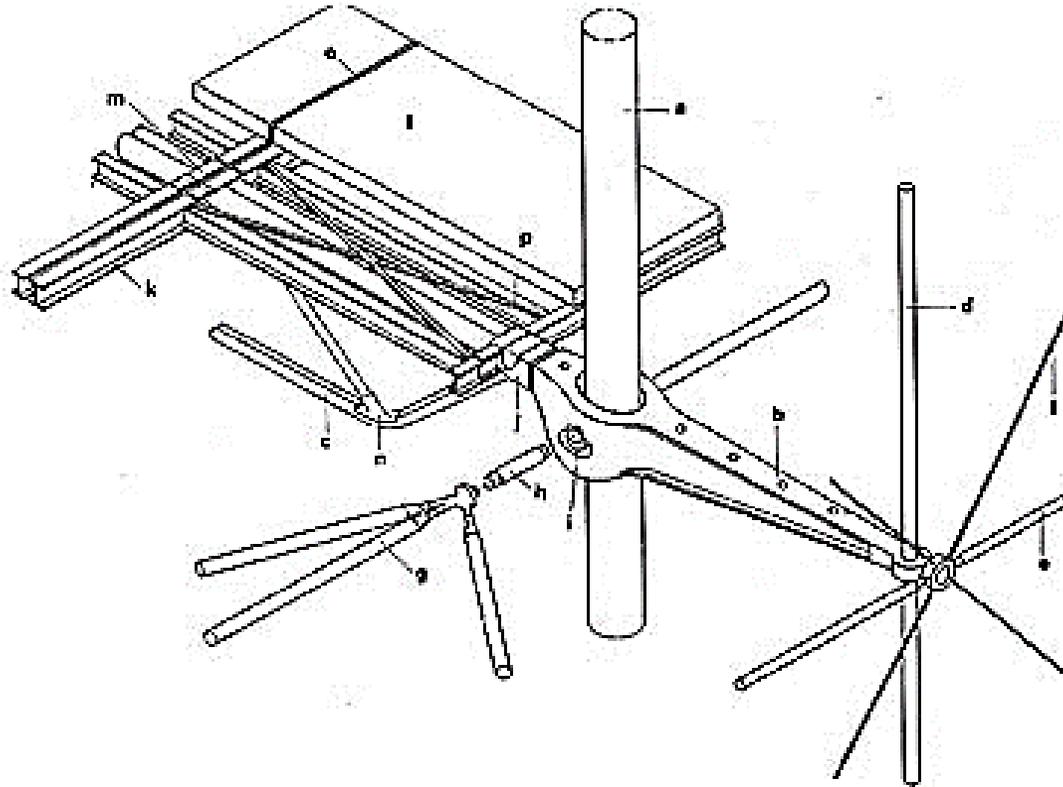
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 4 : proposez un schéma statique du système porteur.



La gerberette se situe en rive de la poutre treillis. Nous venons de calculer qu'en ce point, la charge verticale distribuée par la poutre est de 1596 kN (ELU).

En faisant levier, la gerberette transforme la force en compression sur le poteau et en traction dans un tirant.

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

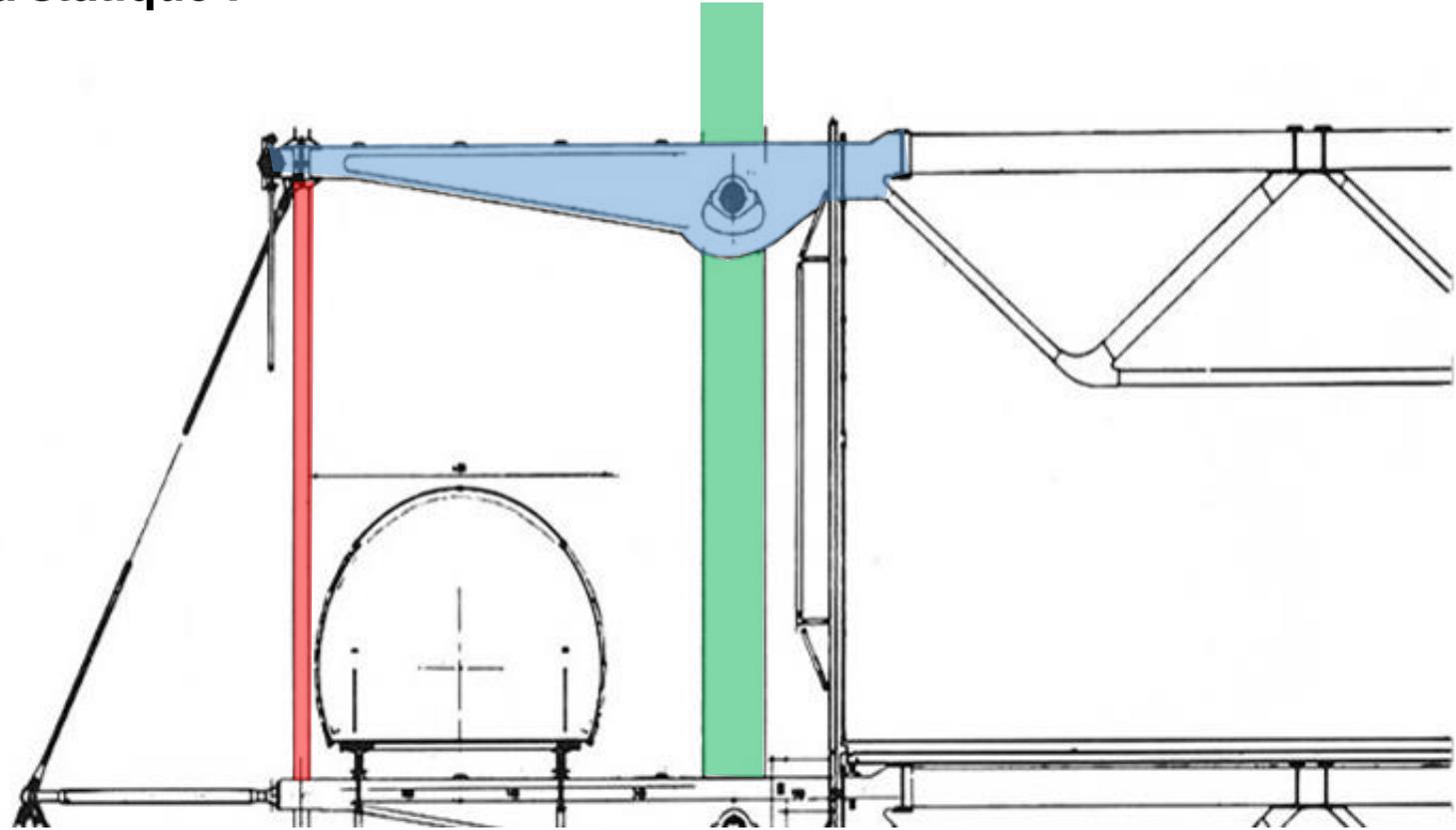
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 4 : proposez un schéma statique du système porteur.

Schéma statique :



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

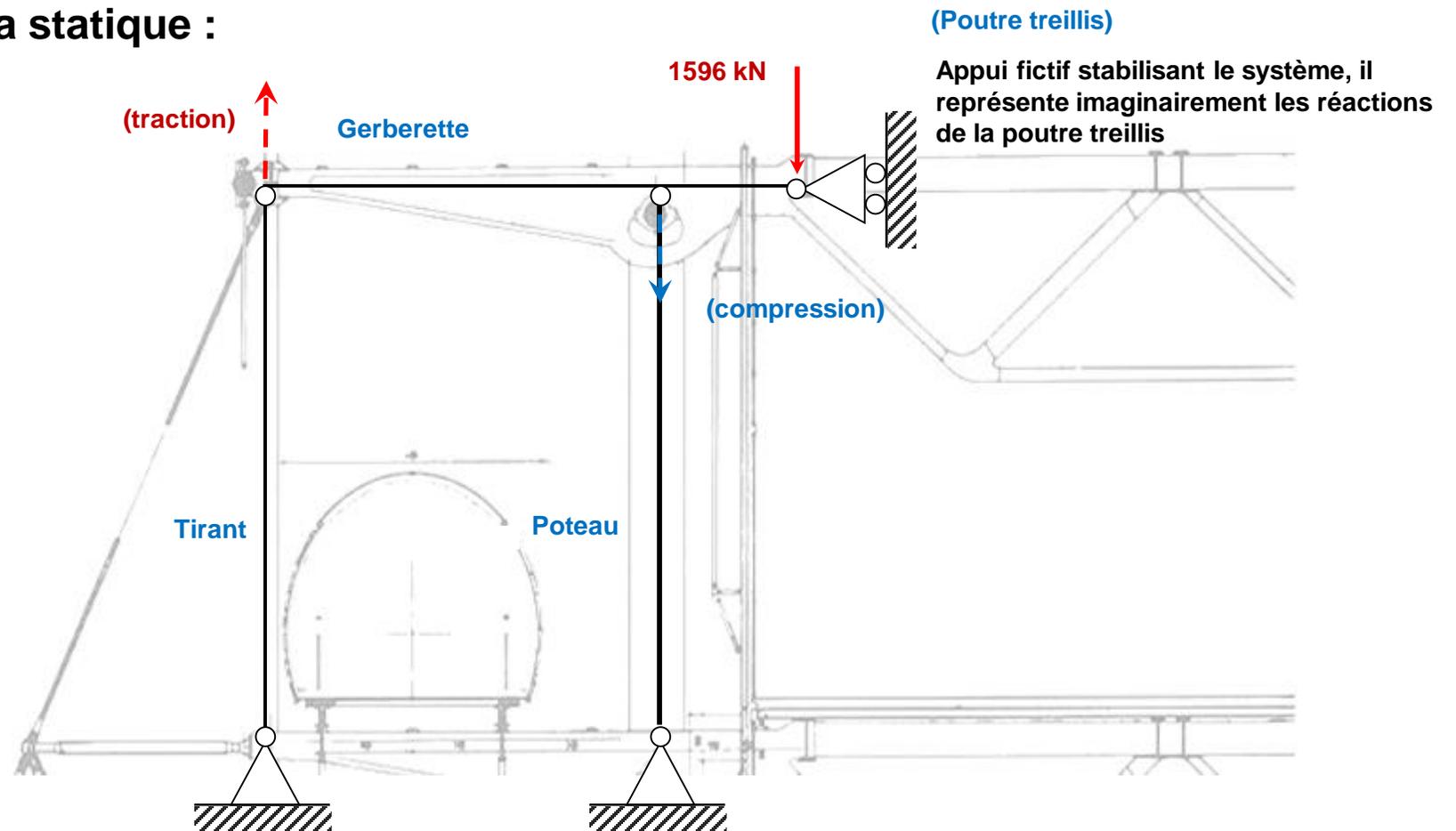
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 4 : proposez un schéma statique du système porteur.

Schéma statique :



1. Description

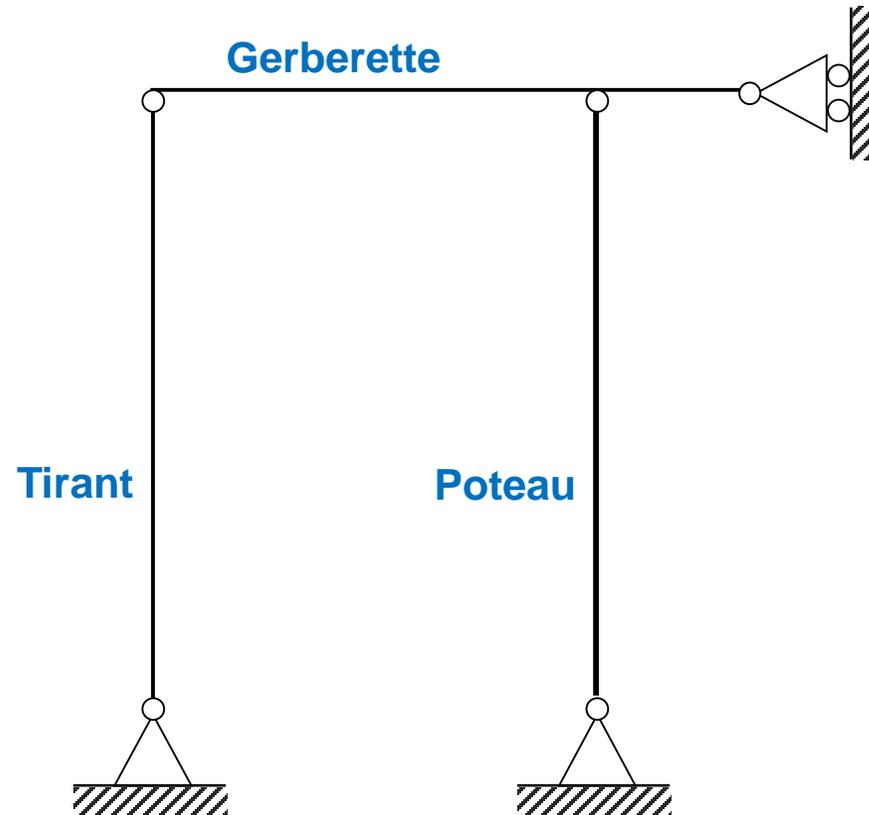
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 5 : sur le schéma statique ci-dessous, calculer le degré de staticité.



1. Description

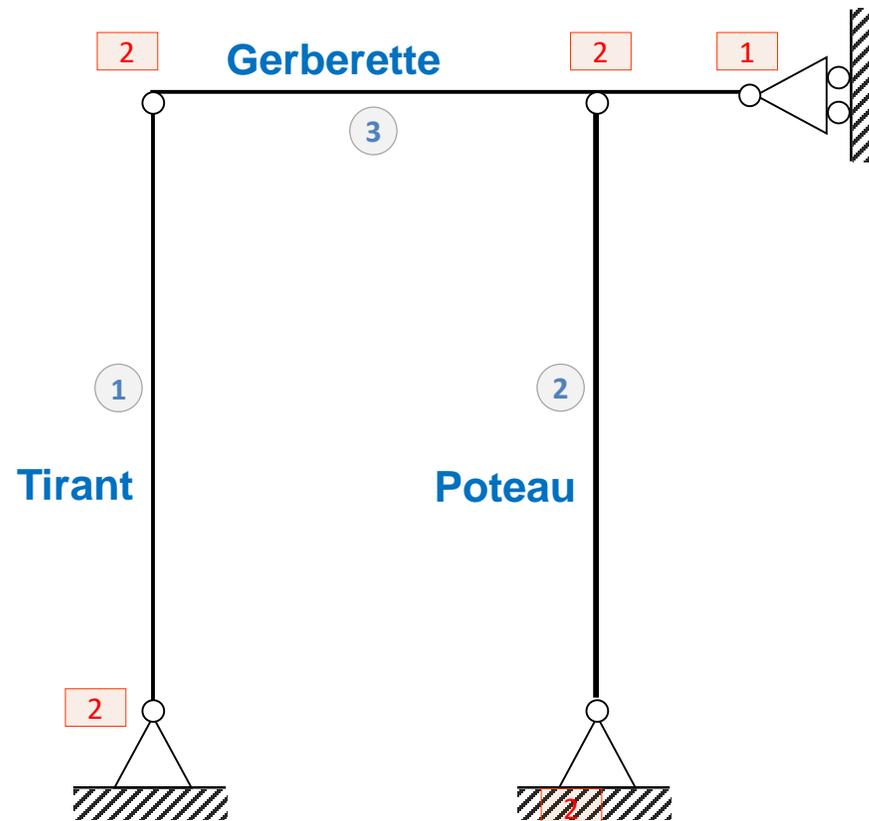
- Plateaux libres
- Exosquelette
- Poutres treillis

2. Questions

- Identification des éléments
- Analyse structurale (chargements)
- Dimensionnement poutre treillis
- Schéma statique gerberette**
- Étude de la staticité
- Descente de charge
- Efforts internes dans la gerberette
- Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 5 : sur le schéma statique ci-dessous, calculer le degré de staticité.



Nous avons :

3 barres donc $n = 3 \times 3 = 9$ équations

$i = 9$ inconnues :

- 4 rotules donc $4 \times 2 = 8$ inconnues*
- 1 appui glissant donc $1 \times 1 = 1$ inconnue*

Donc le degré de staticité vaut :

$$h = i - n = 9 - 9 = 0$$

le système est isostatique

1. Description

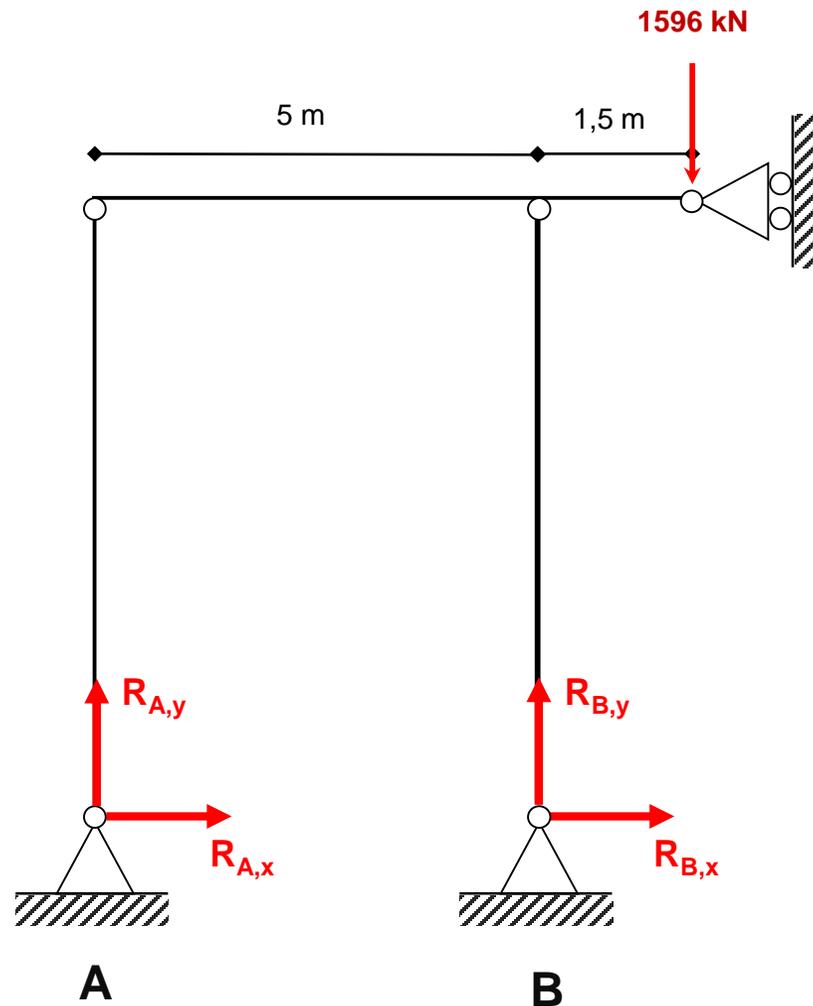
- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

Question 6 : déterminer les efforts dans le poteau et dans le tirant.



On admet sans le démontrer que :

$$R_{A,x} = R_{B,x} = 0$$

On applique le PFS sur les forces en Y :

$$R_{B,y} + R_{A,y} - 1596 \text{ kN} = 0$$

Nous avons donc une équation et deux inconnues : il nous manque une équation.

En second lieu, nous appliquons le Principe Fondamental de la Statique aux moments, au point A :

$$5 \text{ m} * R_{B,y} - 6,5 \text{ m} * 1596 \text{ kN} = 0$$

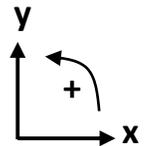
$$R_{B,y} = \frac{6,5 \text{ m} * 1596 \text{ kN}}{5 \text{ m}} = 2074,8 \text{ kN}$$

Donc :

$$R_{A,y} = 1596 \text{ kN} - R_{B,y} = -478,8 \text{ kN}$$

On trouve bien que le poteau est en compression et le câble en traction.

Repère de calcul :



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. **Descente de charge**
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.f Descente de charge

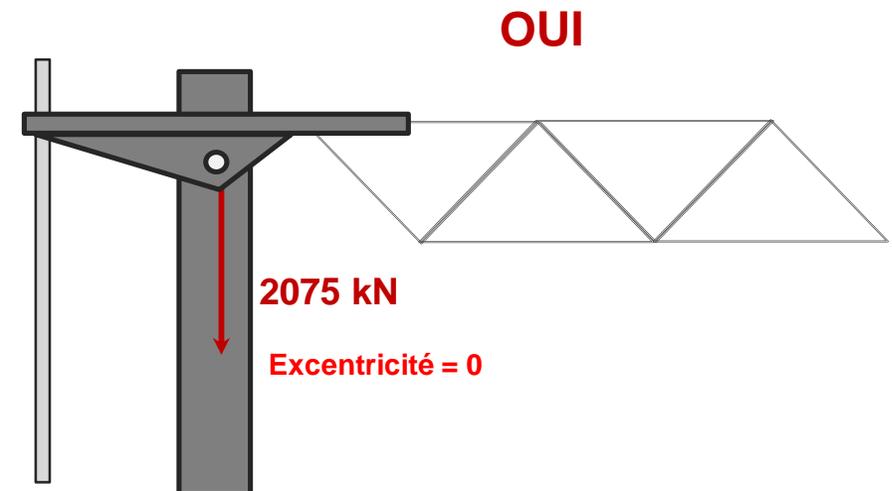
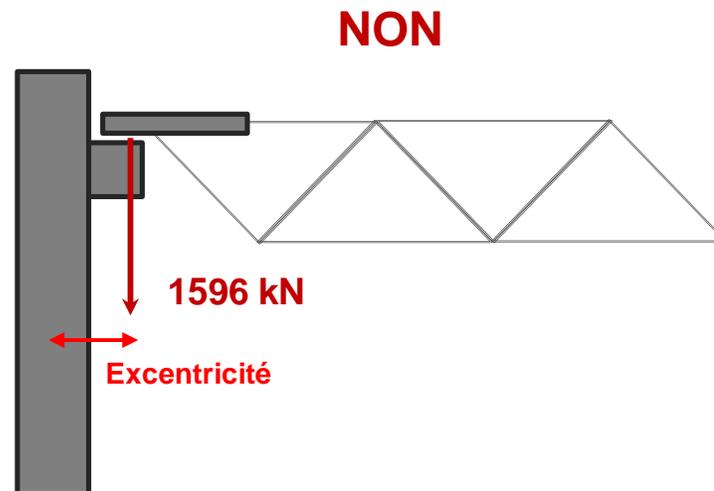
Question 7 : à quoi sert la gerberette ?

La charge est très conséquente et, à moins de faire des poteaux avec une grosse section et un impact visuel important, elle entraîne un risque de flambement (compression importante sur un poteau fin).

La gerberette augmente cette charge mais elle la centre sur le poteau.

Dans le cas contraire, il y aurait une excentricité et donc un moment de flexion parasite qui pourrait ruiner le poteau par flambement.

La gerberette diminue donc le risque de flambement.



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.g Efforts internes dans la gerberette

Question 8 : déterminer les efforts internes M, N, T dans la gerberette et tracer les diagrammes MNT.



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette**
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

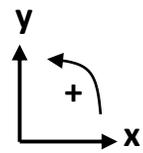
2.d Schéma statique gerberette

Question 8 : déterminer les efforts internes M, N, T dans la gerberette et tracer les diagrammes MNT.

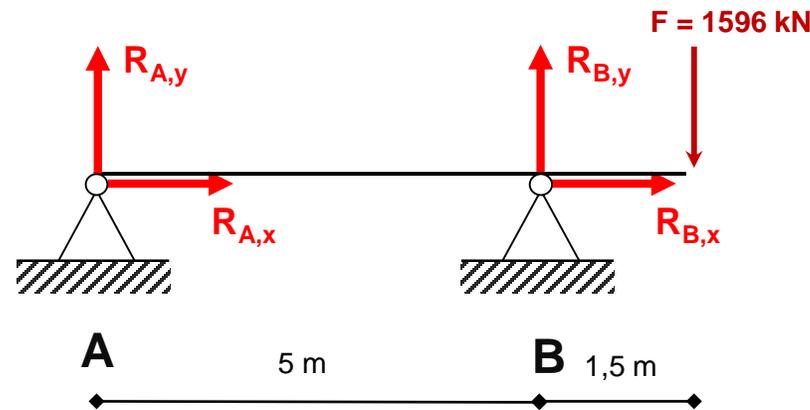
ÉTAPE 1 : TRACER LE SHÉMA STATIQUE DU PROBLÈME

ÉTAPE 2 : PLACER LES RÉACTIONS AUX APPUIS ET LES RÉSOUDRE (CF. COURS DE STATIQUE)

Repère de calcul :



On isole la gerberette :



On admet sans le démontrer que :

$$R_{A,x} = R_{B,x} = 0$$

On applique le PFS sur les forces en Y :

$$R_{B,y} + R_{A,y} - 1596 \text{ kN} = 0$$

PFS sur les moments, au point A :

$$5 \text{ m} * R_{B,y} - 6,5 \text{ m} * 1596 \text{ kN} = 0$$

$$R_{B,y} = \frac{6,5 \text{ m} * 1596 \text{ kN}}{5 \text{ m}} = 2074,8 \text{ kN}$$

Donc :

$$R_{A,y} = 1596 \text{ kN} - R_{B,y} = -478,8 \text{ kN}$$

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

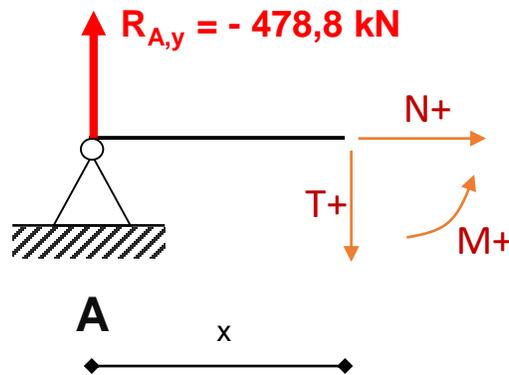
- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

2.d Schéma statique gerberette

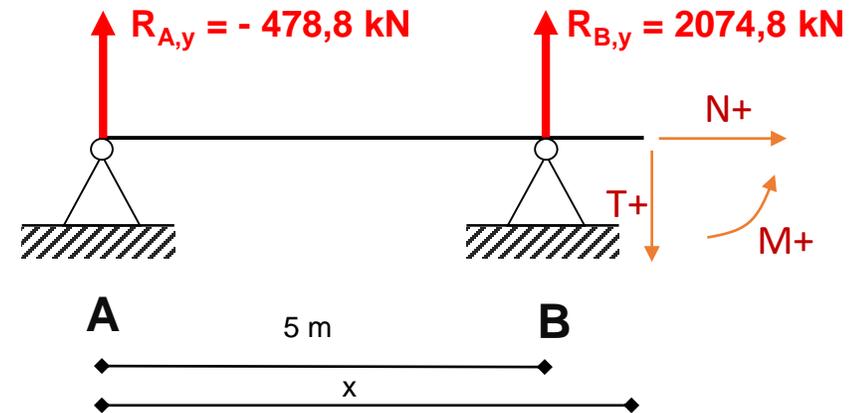
Question 8 : déterminer les efforts internes M, N, T dans la gerberette et tracer les diagrammes MNT.

ÉTAPE 3 : RÉALISER UNE COUPE POUR CHAQUE CONFIGURATION DIFFÉRENTE
ÉTAPE 4 : CHOISIR ET REPRÉSENTER LA CONVENTION DE SIGNE

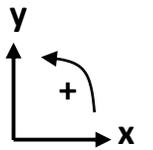
Coupe 1 : avant appui B



Coupe 2 : après appui B



Repère de calcul :



2.d Schéma statique gerberette

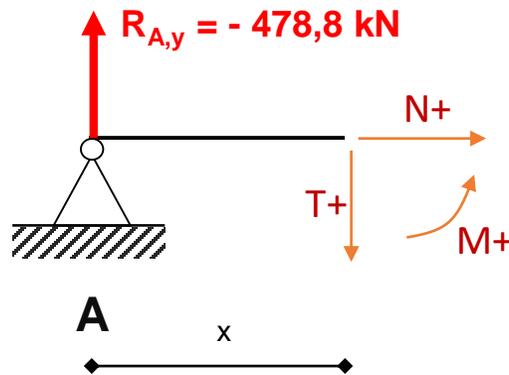
Question 8 : déterminer les efforts internes M, N, T dans la gerberette et tracer les diagrammes MNT.

ÉTAPE 5 : DÉTERMINATION DES EFFORTS INTERNES M, N et T

1. Description
 - a. Plateaux libres
 - b. Exosquelette
 - c. Poutres treillis

2. Questions
 - a. Identification des éléments
 - b. Analyse structurale (chargements)
 - c. Dimensionnement poutre treillis
 - d. **Schéma statique gerberette**
 - e. Étude de la staticité
 - f. Descente de charge
 - g. Efforts internes dans la gerberette
 - h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

Coupe 1 : avant appui B



PFS sur les forces en X :

$$N = 0$$

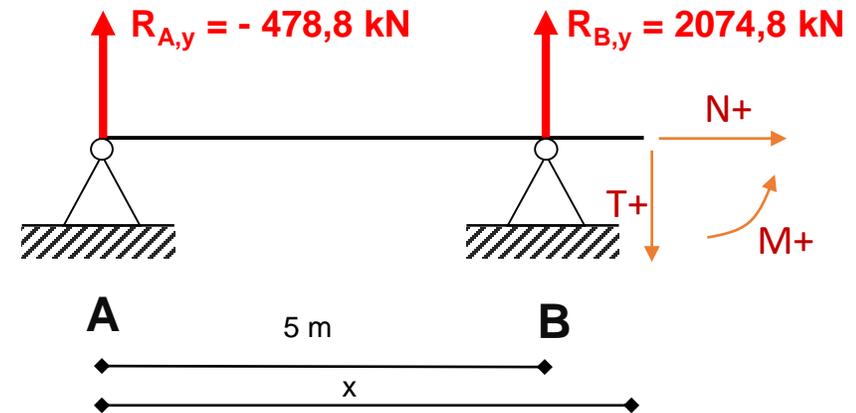
PFS sur les forces en Y :

$$R_{A,y} - T = 0 \Rightarrow T = R_{A,y} = -478,8 \text{ kN}$$

*PFS sur les moment en A : $M - T * x = 0$*

$$\Rightarrow M = T * x = R_{A,y} * x = -478,8 \text{ kN} * x$$

Coupe 2 : après appui B



PFS sur les forces en X :

$$N = 0$$

PFS sur les forces en Y :

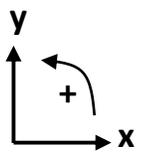
$$R_{A,y} + R_{B,y} - T = 0 \Rightarrow T = R_{A,y} + R_{B,y} = 1596 \text{ kN}$$

*PFS sur les moment en A : $M - T * x + R_{B,y} * 5m = 0$*

$$\Rightarrow M = T * x - R_{B,y} * 5m = (R_{A,y} + R_{B,y}) * x - R_{B,y} * 5m$$

$$\Rightarrow M = T * x - R_{B,y} * 5m = 1596 \text{ kN} * x - 10374 \text{ kN.m}$$

Repère de calcul :



2.g Efforts internes dans la gerberette

Question 8 : déterminer les efforts internes M, N, T dans la gerberette et tracer les diagrammes MNT.

ÉTAPE 6 : TRACER LES EFFORTS INTERNES M, N et T EN TOUT POINT

1. Description
 - a. Plateaux libres
 - b. Exosquelette
 - c. Poutres treillis

2. Questions
 - a. Identification des éléments
 - b. Analyse structurale (chargements)
 - c. Dimensionnement poutre treillis
 - d. Schéma statique gerberette
 - e. Étude de la staticité
 - f. Descente de charge
 - g. Efforts internes dans la gerberette
 - h. Dimensionnement en flexion de la gerberette

Effort normal N

$N = 0$ en tout point

Effort tranchant T

Lorsque $x < d$:
 $T = R_{A,y} = -478,8 \text{ kN}$
 Constante, négative

Lorsque $x > d$:
 $T = R_{A,y} + R_{B,y}$
 $T = 1596 \text{ kN}$
 Constante, positive

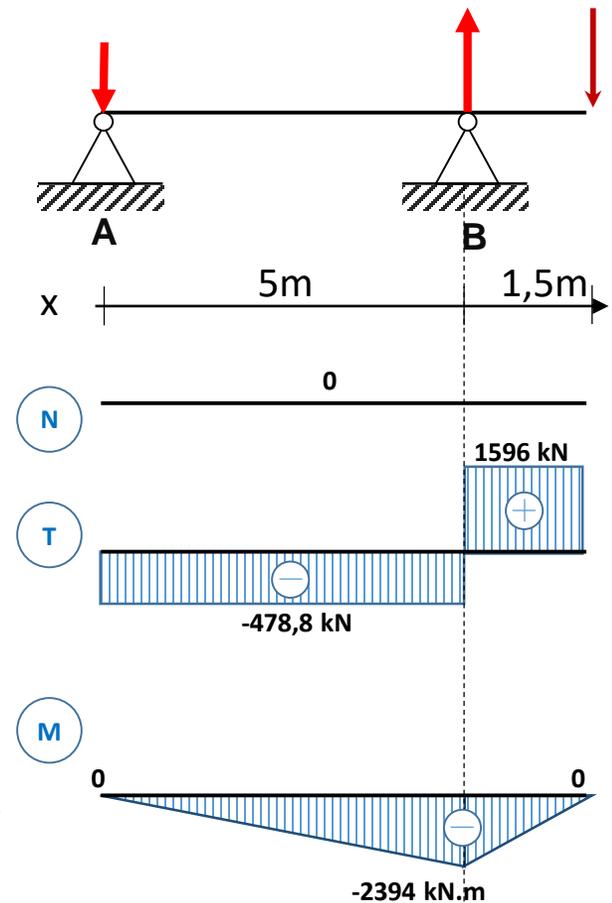
Moment M

Lorsque $x < d$:
 $M = R_{A,y} * x = -478,8 \text{ kN} * x$
 Equation d'une droite de pente négative

$M_{(x=0m)} = 0 \text{ kN.m}$
 $M_{(x=5m)} = -478,8 \text{ kN} * 5m = -2394 \text{ kN.m}$

Lorsque $x > d$:
 $M = 1596 \text{ kN} * x - 10374 \text{ kN.m}$
 Equation d'une droite de pente positive

$M_{(x=5m)} = 1596 \text{ kN} * 5m - 10374 \text{ kN.m}$
 $M_{(x=5m)} = -2394 \text{ kN.m}$
 $M_{(x=6,5m)} = 1596 \text{ kN} * 6,5m - 10374 \text{ kN.m}$
 $M_{(x=6,5m)} = 0 \text{ kN.m}$



2.h Dimensionnement en flexion de la gerberette

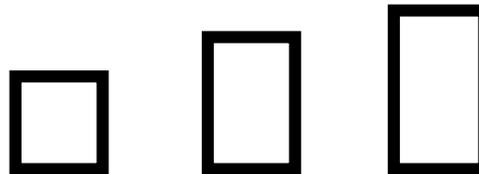
Question 9 : proposer un dimensionnement des sections face à la flexion

Maintenant que nous connaissons les efforts de flexion dans la gerberette, dimensionnons-la vis-à-vis de la flexion, **en l'optimisant grâce au diagramme du moment interne.**

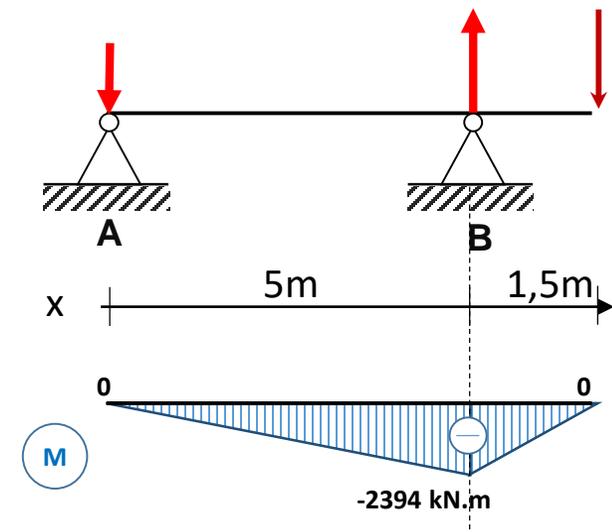
Nous voulons une pièce en acier, de nuance S275, type tube carré d'épaisseur 20mm. Nous nous autorisons une largeur de pièces de 50cm, quelle est la hauteur nécessaire?

$$\text{Rappel : } \sigma_{N,M} = \frac{M * y}{I_z} \quad \text{unités : } \sigma_{N,M} [MPa] = \frac{M [N \cdot mm] * y [mm]}{I_z [mm^4]} = \frac{M [MN \cdot m] * y [m]}{I_z [m^4]}$$

Par ailleurs:



		A	B	C
Largeur (m)	b	0,5	0,5	0,5
Hauteur (m)	h	0,45	0,7	0,9
Épaisseur (m)	e	0,02	0,02	0,02
Inertie (m ⁴)	I _z	0,00115	0,00327	0,00599



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette**

2.h Dimensionnement en flexion de la gerberette

Question 9 : proposer un dimensionnement des sections face à la flexion

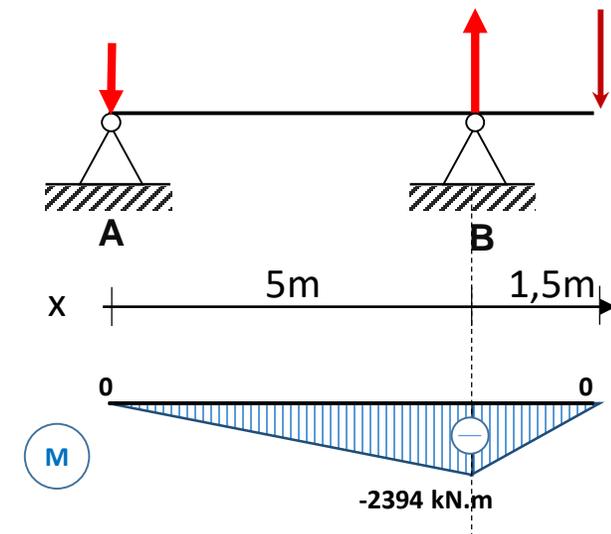
$$\text{Rappel : } \sigma_{N,M} = \frac{M * y}{I_z} \quad \text{unités : } \sigma_{N,M}[\text{MPa}] = \frac{M[\text{N.m}] * y[\text{mm}]}{I_z[\text{mm}^4]} = \frac{M[\text{MN.m}] * y[\text{m}]}{I_z[\text{m}^4]}$$

Au point de moment maximal

$$M(x=5\text{m}) = -2394 \text{ kN.m}$$

- A : $\sigma_{N,M} = 2.394 * (0.45/2) / 0.00115 = 466 \text{ MPa}$
- B : $\sigma_{N,M} = 2.394 * (0.7/2) / 0.00327 = 256 \text{ MPa}$
- C : $\sigma_{N,M} = 2.394 * (0.9/2) / 0.00599 = 180 \text{ MPa}$

C'est donc le tube B qui approche au mieux la contrainte limite matériau, il est le plus indiqué.



2.h Dimensionnement en flexion de la gerberette

Question 9 : proposer un dimensionnement des sections face à la flexion.

$$\text{Rappel : } \sigma_{N,M} = \frac{M * y}{I_z} \quad \text{unités : } \sigma_{N,M} [\text{MPa}] = \frac{M [\text{N} \cdot \text{mm}] * y [\text{mm}]}{I_z [\text{mm}^4]} = \frac{M [\text{MN} \cdot \text{m}] * y [\text{m}]}{I_z [\text{m}^4]}$$

A' 2,5m (donc $x < d$):

$$M(x=2,5\text{m}) = R_{B,y} * x = -478.8 * 2,5 \\ = -1197 \text{ kN.m}$$

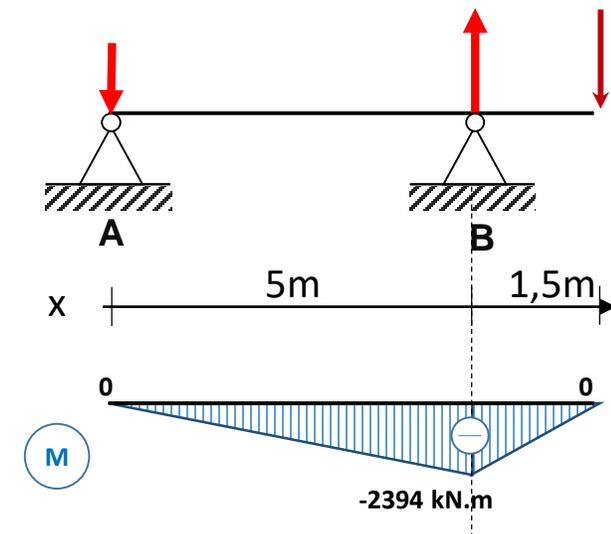
- A : $\sigma_{N,M} = 1,197 * (0.45/2) / 0.00115 \\ = 233 \text{ MPa}$
- B : $\sigma_{N,M} = 1,197 * (0.7/2) / 0.003271 \\ = 128 \text{ MPa}$
- C : $\sigma_{N,M} = 1,197 * (0.9/2) / 0.005993 \\ = 90 \text{ MPa}$

C'est donc le tube A qui approche au mieux la contrainte limite matériau, il est le plus indiqué.

A' 6m (donc $x > d$):

$$M(x=6\text{m}) = (R_{B,y} + R_{A,y}) * x - R_{A,y} * d \\ = 1596 * 6 - 2074.8 * 5 \\ = -798 \text{ kN.m}$$

$M(x=6\text{m}) < M(x=2,5\text{m})$ donc la section A convient encore



1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

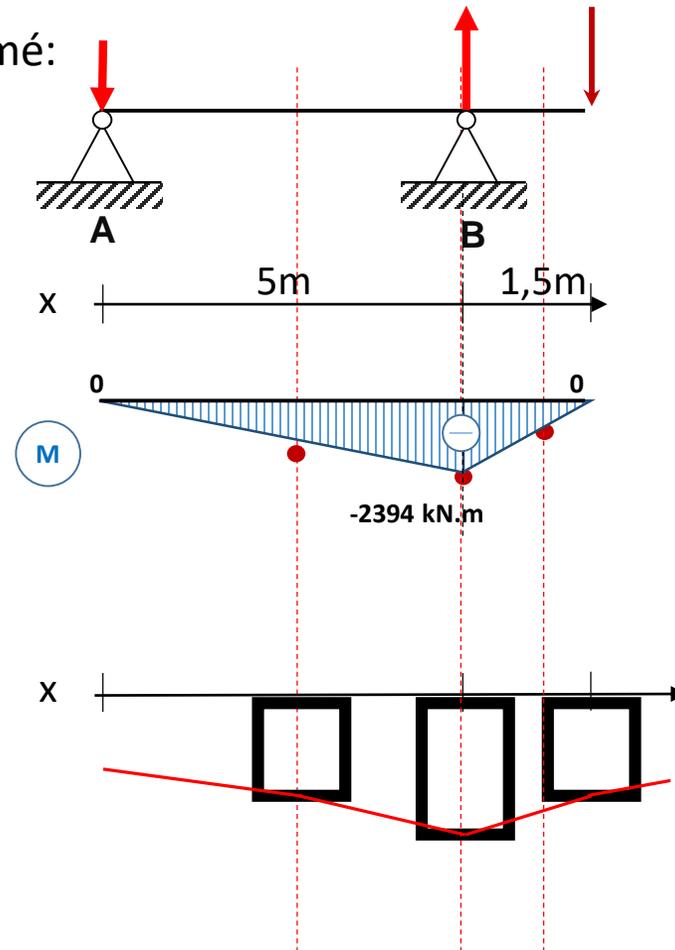
2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette**

2.h Dimensionnement en flexion de la gerberette

Question 9 : proposer un dimensionnement des sections face à la flexion.

En résumé:



Les hauteurs des sections, et donc leur inertie, suivent l'allure de la courbe des moments.

Nous retrouvons bien le profil initial de la poutre, qui trouve son origine dans la distribution des efforts de flexion.

1. Description

- a. Plateaux libres
- b. Exosquelette
- c. Poutres treillis

2. Questions

- a. Identification des éléments
- b. Analyse structurale (chargements)
- c. Dimensionnement poutre treillis
- d. Schéma statique gerberette
- e. Étude de la staticité
- f. Descente de charge
- g. Efforts internes dans la gerberette
- h. Dimensionnement en flexion de la gerberette**

S2-TD2 TD THÉORIQUE – CENTRE CULTUREL GEORGES POMPIDOU

2.h Dimensionnement en flexion de la gerberette

Question 9 : proposer un dimensionnement des sections face à la flexion.

Pour aller plus loin:



Cette même méthodologie que nous venons d'appliquer permet de dimensionner directement des formes aux sections plus variées.

D'autres considérations que la flexion impactent ensuite l'objet final: effort tranchant, instabilités, techniques de forge, mise en œuvre, coût ...

